

# 平成31年度入学試験問題

数 学 数学 I, 数学 A  
数学 II, 数学 B  
数学 III

## (注意事項)

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子、解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は、12ページあります。  
また、中にはさみ込まれている解答紙は、5枚（**27**から**31**まで）です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し、  
問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は、  
手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に、各解答紙の2箇所に受験番号を記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。  
小問があるときは、小問の番号を明記して解答しなさい。  
解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は、250点満点です。なお、経済学部経済工学科については、  
300点満点に換算します。



数 学

数学 I , 数学 A  
数学 II , 数学 B  
数学 III

( 1 ) (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **[27]** の定められた場所に記入しなさい。

[ 問題 ]

$n$  を自然数とする。 $x, y$  がすべての実数を動くとき、定積分

$$\int_0^1 (\sin(2n\pi t) - xt - y)^2 dt$$

の最小値を  $I_n$  とおく。極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$  を求めよ。

(下書き用紙)

( 2 ) (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **[28]** の定められた場所に記入しなさい。

[ 問題 ]

0 でない 2 つの整式  $f(x)$ ,  $g(x)$  が以下の恒等式を満たすとする。

$$\begin{aligned}f(x^2) &= (x^2 + 2)g(x) + 7 \\g(x^3) &= x^4f(x) - 3x^2g(x) - 6x^2 - 2\end{aligned}$$

以下の問いに答えよ。

(1)  $f(x)$  の次数と  $g(x)$  の次数はともに 2 以下であることを示せ。

(2)  $f(x)$  と  $g(x)$  を求めよ。

(下書き用紙)

( 3 ) (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **[29]** の定められた場所に記入しなさい。

[ 問題 ]

1 個のサイコロを 3 回投げて出た目を順に  $a$ ,  $b$ ,  $c$  とする。2 次方程式

$$ax^2 + bx + c = 0$$

の 2 つの解  $z_1$ ,  $z_2$  を表す複素数平面上の点をそれぞれ  $P_1(z_1)$ ,  $P_2(z_2)$  とする。

また、複素数平面上の原点を  $O$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $P_1$  と  $P_2$  が一致する確率を求めよ。
- (2)  $P_1$  と  $P_2$  がともに単位円の周上にある確率を求めよ。
- (3)  $P_1$  と  $O$  を通る直線を  $\ell_1$  とし、 $P_2$  と  $O$  を通る直線を  $\ell_2$  とする。 $\ell_1$  と  $\ell_2$  のなす鋭角が  $60^\circ$  である確率を求めよ。

(下書き用紙)

[ 4 ] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **30** の定められた場所に記入しなさい。

[ 問題 ]

座標平面上の 3 点  $O(0, 0)$ ,  $A(2, 0)$ ,  $B(1, \sqrt{3})$  を考える。点  $P_1$  は線分  $AB$  上にあり、 $A$ ,  $B$  とは異なる点とする。

線分  $AB$  上の点  $P_2$ ,  $P_3$ , …… を以下のように順に定める。点  $P_n$  が定まったとき、点  $P_n$  から線分  $OB$  に下ろした垂線と  $OB$  との交点を  $Q_n$  とし、点  $Q_n$  から線分  $OA$  に下ろした垂線と  $OA$  との交点を  $R_n$  とし、点  $R_n$  から線分  $AB$  に下ろした垂線と  $AB$  との交点を  $P_{n+1}$  とする。

$n \rightarrow \infty$  のとき、 $P_n$  が限りなく近づく点の座標を求めよ。

(下書き用紙)

( 5 ) (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **[31]** の定められた場所に記入しなさい。

[ 問題 ]

$a, b$  を複素数、 $c$  を純虚数でない複素数とし、 $i$  を虚数単位とする。複素数平面において、点  $z$  が虚軸全体を動くとき

$$w = \frac{az + b}{cz + 1}$$

で定まる点  $w$  の軌跡を  $C$  とする。次の 3 条件が満たされているとする。

(ア)  $z = i$  のときに  $w = i$  となり、 $z = -i$  のときに  $w = -i$  となる。

(イ)  $C$  は単位円の周に含まれる。

(ウ) 点  $-1$  は  $C$  に属さない。

このとき  $a, b, c$  の値を求めよ。さらに  $C$  を求め、複素数平面上に図示せよ。

(下書き用紙)

(下書き用紙)



