

平成 31 年度 個別学力試験問題

数 学 (120 分)

- 社会・国際学群 (社会学類, 国際総合学類)
 人間学群 (教育学類, 心理学類, 障害科学類)
 生命環境学群 (生物学類, 生物資源学類, 地球学類)
 理工学群 (数学類, 物理学類, 化学類, 応用理工学類, 工学システム学類, 社会工学類)
 情報学群 (情報科学類, 情報メディア創成学類, 知識情報・図書館学類)
 医学群 (医学類, 医療科学類)

注 意

- 問題冊子は1ページから6ページまでである。
- 受験者は、志望する学類の解答すべき問題を下表で確認のうえ、解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。
 ※ ○印のついた問題は必ず解答し、△印のついた問題については選択解答すること。
 それ以外の問題を解答してはならない。
- 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。
- 国際総合学類、障害科学類および知識情報・図書館学類においては、【選択1】または【選択2】の問題のいずれかを選択解答すること。

学 類		解答すべき問題						備 考
		数学Ⅱ		数学B		数学Ⅲ		
		1	2	3	4	5	6	
社会学類		△	△	○				○印の問題は必ず解答、△印の中から1問を選択解答、計2問を解答すること。
国際総合学類	【選択1】 [数学Ⅱ・数学B]選択者	△	△	○				○印の問題は必ず解答、△印の中から1問を選択解答、計2問を解答すること。
	【選択2】 [数学Ⅲ]選択者				△	△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
教育学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答、△印の中から1問を選択解答、計4問を解答すること。
心理学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答、△印の中から1問を選択解答、計4問を解答すること。
障害科学類	【選択1】 [数学Ⅱ・数学B]選択者	△	△	○				○印の問題は必ず解答、△印の中から1問を選択解答、計2問を解答すること。
	【選択2】 [数学Ⅲ]選択者				△	△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
生物学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答、△印の中から2問を選択解答、計5問を解答すること。
生物資源学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答、△印の中から2問を選択解答、計5問を解答すること。
地球学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答、△印の中から2問を選択解答、計5問を解答すること。
数学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答、△印の中から2問を選択解答、計5問を解答すること。
物理学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答、△印の中から2問を選択解答、計5問を解答すること。
化学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答、△印の中から2問を選択解答、計5問を解答すること。
応用理工学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答、△印の中から2問を選択解答、計5問を解答すること。
工学システム学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答、△印の中から2問を選択解答、計5問を解答すること。
社会工学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答、△印の中から1問を選択解答、計4問を解答すること。
情報科学類		△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答、△印の中から2問を選択解答、計5問を解答すること。
情報メディア創成学類		△	△	○	○	○	○	○印の問題は必ず解答、△印の中から1問を選択解答、計5問を解答すること。
知識情報・図書館学類	【選択1】		△	△	△	△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
	【選択2】	△		△	△	△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
医学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答、△印の中から2問を選択解答、計5問を解答すること。
医療科学類		○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答、△印の中から2問を選択解答、計5問を解答すること。

[1] $k > 0$, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ とする。放物線 $C: y = x^2 - kx$ と直線 $l: y = (\tan \theta)x$ の交点のうち、原点 O と異なるものを P とする。放物線 C の点 O における接線を l_1 とし、点 P における接線を l_2 とする。直線 l_1 の傾きが $-\frac{1}{3}$ で、直線 l_2 の傾きが $\tan 2\theta$ であるとき、以下の問いに答えよ。

(1) k を求めよ。

(2) $\tan \theta$ を求めよ。

(3) 直線 l_1 と l_2 の交点を Q とする。 $\angle P Q O = \alpha$ (ただし $0 \leq \alpha \leq \pi$) とするとき、 $\tan \alpha$ を求めよ。

〔2〕 以下の問いに答えよ。

- (1) a, b, c, x, y, z, M は正の実数とする。 $\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c}$ がすべて M 以下のとき,

$$\frac{x+y+z}{a+b+c} \leq M$$

であることを示せ。

- (2) $\log_2 5$ と $\log_3 5$ の大小を比較せよ。

- (3) n が正の整数のとき,

$$1 < \frac{1 + \log_2 5 + (\log_2 5)^n}{1 + \log_3 5 + (\log_3 5)^n} < 2^n$$

であることを示せ。

[3] 四面体 $OABC$ について、 $OA = OB = OC$ および $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA$ が成り立つとする。 $0 < s < 1$, $0 < t < 1$ を満たす実数 s, t に対し、辺 OA を $s : 1 - s$ に内分する点を D とし、辺 OB を $t : 1 - t$ に内分する点を E とする。 $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{OC}$ となる点 F, G をとり、線分 EF と線分 DG が 1 点で交わり、その交点を P とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\angle AOB = \theta$ とするとき、以下の問いに答えよ。

(1) $t = s$ であることを示し、 \overrightarrow{OP} を $s, \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{EF} \perp \overrightarrow{DG}$ であるとき、 $\cos \theta$ を s を用いて表せ。

(3) $\overrightarrow{EF} \perp \overrightarrow{DG}$ かつ $\sqrt{3} OP = OA$ であるとき、 s の値を求めよ。

[4] $0 \leq x \leq \pi$ の範囲において、関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x) = 1 + \sin x, \quad g(x) = -1 - \cos x$$

と定める。

- (1) $0 \leq x \leq \pi$ の範囲において、 $|f(x)| = |g(x)|$ を満たす x を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$, 曲線 $y = g(x)$, 直線 $x = 0$ および直線 $x = \pi$ で囲まれる部分を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

[5] 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \frac{1}{2^n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定める。以下の問いに答えよ。

(1) $t > 0$ のとき, $1 \leq \frac{e^t - 1}{t} \leq e^t$ であることを示せ。

(2) 数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$, $\{z_n\}$ を

$$\begin{cases} x_n = \log(e^{a_n} + 1) \\ y_n = \log(e^{a_n} - 1) \\ z_n = y_n + \sum_{k=1}^n x_k \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。 z_n は n によらない定数であることを示せ。

(3) $\sum_{k=1}^{\infty} \log\left(\frac{e^{a_k} + 1}{2}\right)$ を求めよ。

[6] $|z|^2 + 3 = 2(z + \bar{z})$ を満たす複素数 z 全体の集合を A とする。ただし \bar{z} は z の共役複素数である。

(1) 集合 A を複素数平面上に図示せよ。

(2) A の要素 z の偏角を θ とする。ただし $-\pi < \theta \leq \pi$ とする。 z が A を動くとき、 θ のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) z^{60} が正の実数となる A の要素 z の個数を求めよ。