平成29年度入学試験問題

数学

(前期日程)

	学部等	ページ	解答用紙枚数
1	工学部 【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】	1～6	5
2	医学部 【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】	7～12	5
3	教育学部(小主免理系・中主免理系) 【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】	13～17	4
4	教育学部(小主免理系・中主免理系を除く) 農学部 【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B】	18～21	3

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 上記の1から4のうち，志願したものを選び解答すること。1から4のそれぞれの初めのページに注意事項が記載されているので，試験開始後，よく読んで解答を始めること。
3. すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入すること。受験番号が正しく記入されていない場合は，採点できないことがある。
4. 指定されたもの以外を解答しても，採点の対象とはしないので，十分注意すること。また，解答は解答用紙の指定された解答欄に記入すること。
5. 試験中に問題冊子および解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁および汚損等がある場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

医　学　部

（数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B）

注　意　事　項

1. 問題は，１，２，３，４および５の５問ある。これら５問をすべて解答すること。

2. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

医　学　部

1　点Oを原点とする座標空間において，3点A(1, 0, 0)，B(0, 1, 0)，C(0, 0, 2)をとる。Oから3点A，B，Cを含む平面に下ろした垂線の足をHとする。球面$x^2+y^2+z^2=1$をSとし，OからHにのばした半直線と球面Sとの交点をPとする。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$を成分で表せ。

(2)　Hの座標を求めよ。

(3)　Pの座標および線分HPの長さを求めよ。

2　座標平面において，x 座標と y 座標がともに整数である点を格子点という。n を自然数とし，連立不等式

$$\begin{cases} x \geqq y^2 \\ x + y \leqq n(n+1) \end{cases}$$

の表す領域を D_n とする。また，D_n に含まれる格子点の個数を a_n とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　領域 D_2 を座標平面上に図示し，a_2 を求めよ。

(2)　直線 $x + y = n(n+1)$ 上にあり，D_n に含まれる格子点の個数を求めよ。

(3)　$a_{n+1} - a_n$ を，n を用いて表せ。

(4)　a_n を，n を用いて表せ。

3 数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$を，$a_n = 86n + 3$，$b_n = 65n + 4$ ($n = 1, 2, 3, \cdots$)で定義する。このとき，次の各問に答えよ。

(1) 次の①〜③を満たす0または正の整数a，b，cを求めよ。

$$86 = 65 \times 1 + a \quad \cdots\cdots\cdots ①$$
$$65 = a \times 3 + b \quad \cdots\cdots\cdots ②$$
$$a = b \times 10 + c \quad \cdots\cdots\cdots ③$$

(2) $a_k = b_\ell$を満たす自然数k，ℓの組のうち，1組を求めよ。

(3) $a_k = b_\ell$を満たす自然数k，ℓの組は無数にあり，それらを

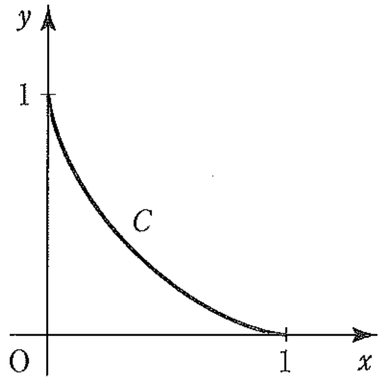
$$(k,\ \ell) = (k_1,\ \ell_1),\ (k_2,\ \ell_2),\ (k_3,\ \ell_3),\ \cdots$$

とする。ただし，$k_1 < k_2 < k_3 < \cdots$とする。数列$\{c_n\}$を$c_n = a_{k_n}$ ($n = 1, 2, 3, \cdots$)で定義するとき，$c_n \geqq 10^5$を満たす最小の自然数nを求めよ。

4　媒介変数 t を用いて

$$x=\cos^3 t,\ y=\sin^3 t \quad \left(0 \leqq t \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$

で表される曲線を C とする。C の概形は右図のようになる。このとき，次の各問に答えよ。



(1)　曲線 C 上の点 $\mathrm{A}\left(\dfrac{1}{8},\ \dfrac{3\sqrt{3}}{8}\right)$ における C の法線の方程式を求めよ。

(2)　曲線 C の長さを求めよ。

(3)　曲線 C と x 軸および y 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

5 最大2回のじゃんけんから成るゲームを，次のルールA，B，Cに従って n 人($n \geqq 3$)で行う。

A　n 人で1回目のじゃんけんをして1人の勝者が決まったら，2回目のじゃんけんは行わず，そこでゲームを終了する。

B　n 人で1回目のじゃんけんをして2人以上 $n-1$ 人以下の勝者が決まったら，勝ち残った者だけで2回目のじゃんけんをし，ゲームを終了する。

C　n 人で1回目のじゃんけんをして誰も勝たなかったら，全員で2回目のじゃんけんをし，ゲームを終了する。

n 人で1回目のじゃんけんをして k 人($1 \leqq k \leqq n-1$)が勝つ確率を P_k とする。ただし，各人はじゃんけんでグー，チョキ，パーをどれも確率 $\dfrac{1}{3}$ で出すものとする。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　P_1 を求めよ。

(2)　$2 \leqq k \leqq n-1$ のとき，P_k を求めよ。

(3)　1回目のじゃんけんで誰も勝たない確率を求めよ。

(4)　1人の勝者が決まってゲームが終了する確率を求めよ。