平成31年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数　　学

Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

(医学部医学科)

(注　意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は4ページ，解答用紙は4枚である。
   指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
   解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分を使用することができる。
4. **解答用紙は持ち帰ってはならないが，**問題冊子は必ず持ち帰ること。

〔Ⅰ〕 三角形ABCの辺ACを1：2に内分する点をQ，辺BCを$m:n$($m>0$，$n>0$)に内分する点をP，線分APと線分BQの交点をRとする。点Rを通る直線が，辺AB，ACとそれぞれ点D，Eで交わるものとする。$k=\dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AD}}+\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AE}}$とする。$k$が点Dの線分AB上での位置によらず一定であるとき，kを求めよ。

〔II〕 $0 < k < 1$ とする。$0 \leqq x < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲において，2つの曲線 $y = \sin 2x$ と $y = 2k\tan x$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

〔Ⅲ〕 xy 平面上において，極方程式 $r = \dfrac{4\cos\theta}{4 - 3\cos^2\theta}$ $\left(-\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ で表される曲線を C とする。

(1) 曲線 C を直交座標に関する方程式で表せ。

(2) 曲線 C で囲まれた部分を x 軸の周りに一回転してできる立体の体積を求めよ。

(3) 曲線 C で囲まれた部分を y 軸の周りに一回転してできる立体の体積を求めよ。

〔Ⅳ〕 関数$f(x)$は，$x>-2$で連続な第2次導関数$f''(x)$をもつ。また，$x>0$において$f(x)>0$，$f'(x)>0$を満たし，任意の正数tに対して点$(t,\ f(t))$における曲線$y=f(x)$の接線とx軸との交点Pのx座標が$-\int_0^t f(x)\,dx$に等しい。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 点$(t,\ f(t))$における接線の方程式を求めよ。

(2) $f'(0)=\dfrac{1}{2}$，$f(0)=0$のとき，$f'(x)$，$f(x)$を求めよ。