平成 31 年度入学者選抜試験問題

人文社会科学部人文社会科学科（総合法律コース，
地域公共政策コース，経済・マネジメントコース）
理学部理学科
医学部医学科
農学部食料生命環境学科

数　　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません.

2　この問題冊子の本文は**1ページ**から**6ページ**までです.

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁，解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください.

4　監督者の指示にしたがって，解答用紙に**大学受験番号**を正しく記入してください.
大学受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがあります.

5　**人文社会科学部受験者**は，**第1問**，**第2問**，**第3問**の**3問**を解答してください.
理学部受験者は，**第1問**，**第3問**，**第4問**，**第5問**の**4問**を解答してください.
医学部受験者は，**第1問**，**第3問**，**第5問**，**第6問**の**4問**を解答してください.
農学部受験者は，**第1問**，**第2問**，**第3問**，**第4問**の**4問**を解答してください.

6　解答用紙の注意事項をよく読み，指示にしたがって解答してください.

7　定規は，使用してもかまいません.

8　試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください.

第１問

3 個のさいころ A, B, C を同時に投げる．それぞれのさいころの出る目を a, b, c で表す．このとき，次の問に答えよ．

(1) 3 個のさいころの出る目すべてが奇数になる確率を求めよ．

(2) 出る目の積 abc が偶数または 3 の倍数になる確率を求めよ．

(3) 出る目の積 abc が偶数であったとき，出る目の和 $a+b+c$ が奇数になる条件付き確率を求めよ．

(4) 座標空間上の 4 点 $(0,\ 0,\ 0)$, $(a,\ 0,\ 0)$, $(0,\ b,\ 0)$, $(0,\ 0,\ c)$ を頂点とする三角錐の体積を V とする．

(i) V が自然数になる確率を求めよ．

(ii) V が自然数かつ $V > 12$ になる確率を求めよ．

第２問

関数 $y=2(x+1)$ のグラフを L，関数 $y=|x^2-x-2|$ のグラフを C とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 曲線 C は x 軸と 2 つの共有点をもつ．共有点の x 座標 x_1, x_2 を求めよ．ただし，$x_1 < x_2$ とする．

(2) 直線 L と曲線 C は 3 つの共有点をもつ．共有点の x 座標 α, β, γ を求めよ．ただし，$\alpha < \beta < \gamma$ とする．

(3) $\alpha \leqq x \leqq \beta$ の範囲において，直線 L と曲線 C で囲まれた図形の面積 S_1 を求めよ．

(4) $\beta \leqq x \leqq \gamma$ の範囲において，直線 L と曲線 C で囲まれた図形の面積 S_2 を求めよ．

第３問

座標空間において，原点をOとし，3点A, B, Cを

$$A\left(4,\ \frac{16}{3},\ 0\right),\quad B(-4,\ 3,\ 0),\quad C(0,\ 0,\ c)$$

とする．ただし，$c>0$とする．△OABにおいて，辺OA，辺AB，辺BOを1：2に内分する点を，それぞれD, E, Fとする．線分AFと線分DEとの交点をPとし，線分OEと線分DFとの交点をQとする．また，線分CQの中点をRとし，線分CPを1：3に内分する点をSとする．このとき，次の問に答えよ．

(1) $|\overrightarrow{OA}|$，$|\overrightarrow{OB}|$，内積$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$の値を求めよ．

(2) $\overrightarrow{AF}$，$\overrightarrow{OP}$を$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$を用いて表せ．

(3) $\overrightarrow{OQ}$，$\overrightarrow{OR}$，$\overrightarrow{OS}$を$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$を用いて表せ．

(4) $\overrightarrow{OS}$と$\overrightarrow{BC}$が垂直であるとき，cの値を求めよ．

第４問

m, n を自然数とする．正の偶数の列を

$$2 \mid 4,\ 6,\ 8 \mid 10,\ 12,\ 14,\ 16,\ 18 \mid 20,\ \cdots$$

のように群に分ける．ただし，第 n 群には $(2n-1)$ 個の数が入るものとする．第 n 群の最後の数を a_n とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) a_4 を求めよ．

(2) a_n を n で表せ．

(3) 第 5 群の最初から 2 番目の数を求めよ．

(4) 第 n 群の最初から m 番目の数を m と n を用いて表せ．

(5) 300 は第何群の何番目の数であるかを求めよ．

(6) k を自然数とし，第 $(k+1)$ 群の最初から k 番目の数を b_k とする．

(i) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} b_k$ を求めよ．

(ii) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{b_k}$ を求めよ．

第５問

e は自然対数の底とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) a を実数とする．定積分 $\displaystyle\int_1^e t^{a-1}dt$ を求めよ．

(2) 関数 $f(x) = \displaystyle\int_1^e t^{x-1}dt$ について，$\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$ と $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)$ を求めよ．ただし，$e^x > x$ を用いてもよい．

(3) 関数 $g(x) = (x-1)e^x + 1 - \dfrac{x^2}{2}$ について，$g'(x) > 0$ となる x の範囲をすべて求めよ．また，$g(x) > 0$ となる x の範囲をすべて求めよ．

(4) 曲線 $y = g(x)$ と x 軸および 2 直線 $x = -1$，$x = 1$ で囲まれた図形の面積を求めよ．

(5) 関数 $f(x) - \dfrac{x}{2}$ が極値をもつかを調べ，極値をもたない場合は，その理由を述べよ．極値をもつ場合は，その極値をすべて求めよ．また，そのときの x の値を求めよ．

第６問

a と b を互いに異なる正の定数とする．双曲線 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ と x 軸との交点を $\mathrm{A}(a,\ 0)$，$\mathrm{B}(-a,\ 0)$ とする．x_1 を $|x_1|>a$ を満たす実数とし，双曲線 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ と直線 $x=x_1$ との交点を $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{Q}(x_1,\ -y_1)$ とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 実数 x_1, y_1 を用いて，直線 AP と直線 BQ の交点 R の座標を表せ．

(2) (1) で求めた交点 $\mathrm{R}(x,\ y)$ の軌跡を求めよ．

(3) 原点 O を極とし，x 軸の正の部分を始線とする極座標を $(r,\ \phi)$ とする．(2) で求めた軌跡を極座標 $(r,\ \phi)$ を用いて表せ．

(4) (2) で求めた軌跡が表す図形を L とする．図形 L を，原点を中心にして反時計回りに角度 θ だけ回転させた図形を $L(\theta)$ とする．ただし，$0<\theta<\pi$ とする．図形 L と図形 $L(\theta)$ の交点の個数を n とするとき，これら n 個の交点の極座標を，定数 a, b および角度 θ を用いて表せ．

(5) (4) で求めた図形 L と図形 $L(\theta)$ の n 個の交点を $\mathrm{V}_1, \cdots, \mathrm{V}_n$ とし，それらの極座標を $\mathrm{V}_1(r_1,\ \phi_1), \cdots, \mathrm{V}_n(r_n,\ \phi_n)$ とする．ただし，$r_1, \cdots, r_n$ は正の数とし，$0 \leqq \phi_1 < \cdots < \phi_n < 2\pi$ とする．角度 θ を $0<\theta<\pi$ の範囲で動かしたとき，n 角形 $\mathrm{V}_1 \cdots \mathrm{V}_n$ の面積の最小値を求めよ．また，そのときの θ の値を求めよ．