

平成 29 年 度

試 験 問 題 ②

学 科 試 験

(9 時 ~ 12 時)

【注 意】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中をみてはならない。
2. 試験教科、試験科目、ページ、解答用紙および選択方法は下表のとおりである。

教 科	科 目	ペー ジ	解 答 用 紙 数	選 択 方 法
数 学	数 学	1 ~ 12	2 枚	数学、英語は必須解答とする。 理科は左の 3 科目のうちから 1 科目を選択せよ。
英 語	英 語	13 ~ 16	2 枚	
理 科	化 学	17 ~ 30	2 枚	
	生 物	31 ~ 48	6 枚	
	物 理	49 ~ 58	1 枚	

3. 監督者の指示に従って、選択しない理科科目を含む全解答用紙(13 枚)に受験番号と選択科目(理科のみ)を記入せよ。
 - ① 受験番号欄に受験番号を記入せよ。
 - ② 理科は選択科目記入欄に選択する 1 科目を○印で示せ。

上記①、②の記入がないもの、および理科 2 科目または理科 3 科目選択した場合は答案全部を無効とする。
4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ。
5. 問題冊子の余白を使って、計算等を行ってもよい。
6. 試験開始後、問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせよ。
7. 解答用紙はいずれのページも切り離してはならない。
8. 解答用紙は持ち帰ってはならない。問題冊子は持ち帰ってよい。

物 理

【1】 以下の の中に適当な数または式を記入せよ。

図1のように、鉛直上向きに速さ V_0 [m/s] で上昇するエレベーターの中で、床からの高さ L [m] の位置から地上に対して初速度 0 m/s で物体を落下させる。エレベーターの床と物体の間の反発係数を e とする ($0 < e < 1$)。エレベーターの速度は物体との衝突によって変化しないとする。物体は鉛直方向のみの運動を行い、その速度は地上に静止している人から見たものとし、鉛直上向きを正の向きとする。重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。

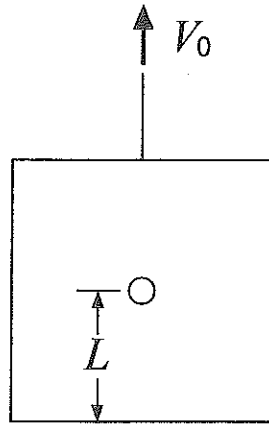


図1

I) 物体を落下させてから最初に床に衝突するまでの時間は

$$\boxed{(1 \cdot 1)} \quad [\text{s}]$$

である。1回目に床に衝突する直前の物体の速度を v_1 [m/s] とすると、

$$v_1 = \boxed{(1 \cdot 2)}$$

であり、床に衝突した直後の物体の速度を v_1' [m/s] とすると、

$$v_1' = \boxed{(1 \cdot 3)}$$

である.

II) 物体と床の n 回目の衝突直後の物体の速度を v'_n [m/s] とすると, この n 回目の衝突から $n+1$ 回目の衝突までの時間は

$$\boxed{(1 \cdot 4)} \quad [\text{s}]$$

である. また, 物体と床の $n+1$ 回目の衝突直後の物体の速度 v'_{n+1} [m/s] と v'_n の間の関係は

$$\boxed{(1 \cdot 5)}$$

である ((1・5)には, 関係式を記入する).

III) 物体はエレベーターの床と衝突を繰り返して, エレベーターの中で静止する. 物体が落下し始めてからエレベーターの中で静止するまでの時間は

$$\boxed{(1 \cdot 6)} \quad [\text{s}]$$

である.

【2】 以下の の中に適当な数または式を記入せよ。

図2のように、質量 m [kg] の小球 A は、軸 \vec{OZ} を鉛直方向とし頂点 O が下になるように固定された円錐の内部側面上を運動する。小球 A の頂点 O からの距離を r [m] とし、 \vec{OA} と \vec{OZ} のなす角は一定で α [rad] とする。小球 A は、頂点 O の小さな穴を通る長さ R [m] の糸で、質量 M [kg] の小球 B につながる。小球 B は鉛直線上を運動し、糸は伸び縮みせず、たるむことはない。糸の質量は無視でき、摩擦力ははたらかないとする。重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。

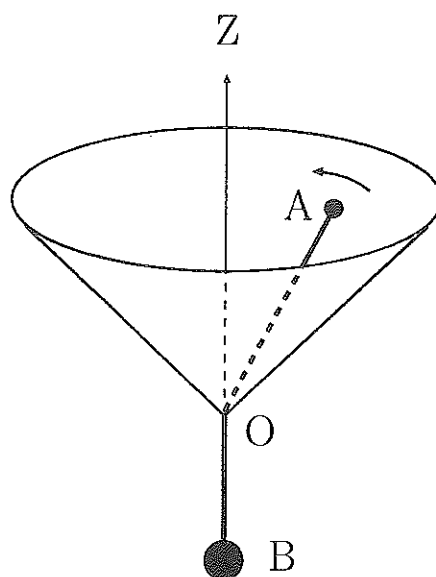


図 2

I) 小球 A は r が r_0 [m] で一定の等速円運動をしているとする ($r_0 < R$)。小球 A の角速度を ω_0 [rad/s]、小球 A にはたらく向心力の大きさを F_0 [N] とすると、

$$F_0 = \boxed{(2 \cdot 1)}$$

であり、小球 A にはたらく力の合力の \vec{OA} 方向の成分を考えれば、

$$\omega_0 = \boxed{(2 \cdot 2)}$$

が得られる。このとき、点 O を重力による位置エネルギーの基準として、小球 A と B の力学的エネルギーの和 E_0 [J] を、 ω_0 を用いずに表すと、

$$E_0 = \boxed{(2 \cdot 3)}$$

となる。

II) 次に、 $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$ とし、小球 A は点 O を含む水平面上を運動する場合を考える。小球 A が半径 r_0 の等速円運動をしている状態で、小球 B に \overrightarrow{BO} 方向の小さな速度を与えると、その後、小球 B は \overrightarrow{BO} 方向に小さな振幅の振動を始める。

糸の張力を T [N]、小球 B の \overrightarrow{BO} 方向の加速度を a [m/s²] とすると、

$$T = \boxed{(2 \cdot 4)}$$

となる。また、点 O からの距離 r と小球 A の角速度 ω [rad/s] は時間とともに変化するが、小球 A の \overrightarrow{OZ} のまわりの面積速度の大きさは $\frac{1}{2}\omega_0 r_0^2$ で一定である。

ここで、点 O で \overrightarrow{OA} と同じ回転をする観測者から見ると、小球 A には、 \overrightarrow{OA} 方向に、糸の張力 T と半径 r で角速度 ω の等速円運動をした場合と同じ遠心力がはたらくとして良いとする。この遠心力の大きさを、 ω, ω_0 を用いずに表すと、

$$\boxed{(2 \cdot 5)} \quad [\text{N}]$$

となる。小球 A は \overrightarrow{OA} 方向にも小さな振幅の振動を行い、微小な長さ d [m] を用いて、 $r = r_0 + d$ とすると、近似式

$$(r_0 + d)^{-n} \doteq r_0^{-n} \left(1 - n \frac{d}{r_0} \right) \quad (n \text{ は整数})$$

より、小球 A にはたらく \overrightarrow{OA} 方向の力を d の 1 次の項だけで近似できる。これより、小球 A は \overrightarrow{OA} 方向にほぼ単振動をすることが分かり、この単振動の角振動数は

$$\boxed{(2 \cdot 6)} \quad [\text{rad/s}]$$

である。

【3】 以下の の中に適当な数または式を記入せよ。

図3のような二重ブリッジを用いて、未知の抵抗 $X[\Omega]$ を測定する。可変抵抗の抵抗 $Y[\Omega]$ を調節して、検流計 G には電流が流れないようにする。

スライド式抵抗が二個ある。片方は、検流計からのびる導線が点 C でスライド式抵抗につながり、点 AC 間、点 CF 間の抵抗がそれぞれ $P[\Omega]$ 、 $Q[\Omega]$ であり、このスライド式抵抗を流れる電流が $I_1[\text{A}]$ である。もう片方は、検流計からのびる導線が点 D でスライド式抵抗につながり、点 BD 間、点 DE 間の抵抗がそれぞれ $p[\Omega]$ 、 $q[\Omega]$ であり、このスライド式抵抗を流れる電流が $I_3[\text{A}]$ である。また、未知の抵抗 X と可変抵抗 Y の間の抵抗が $r[\Omega]$ であり、可変抵抗 Y を流れる電流が $I_2[\text{A}]$ である。これら以外の導線の抵抗は無視できる。

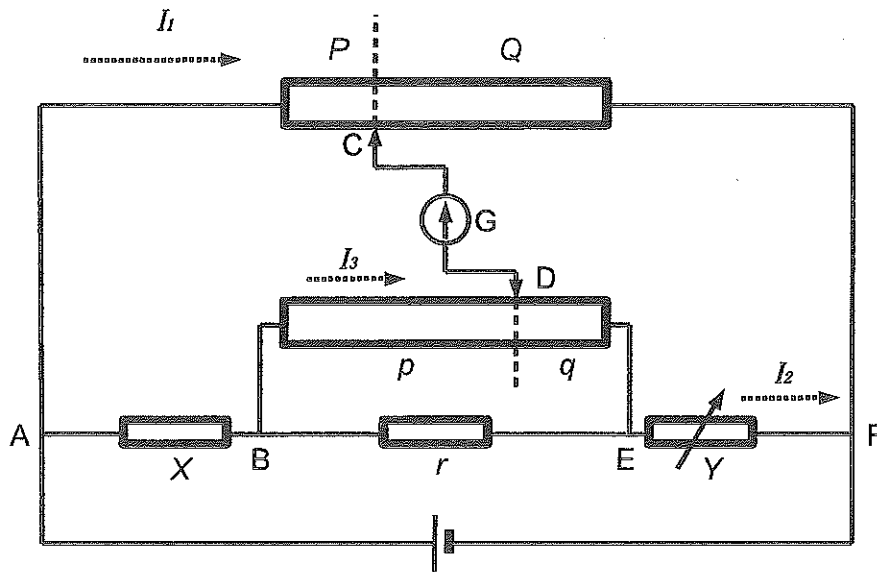


図3

I) 電流 I_3 を p, q, r, I_2 を用いて表すと

$$I_3 = \boxed{\quad (3 \cdot 1) \quad}$$

となる。また、抵抗 P, Q の比を X, Y, p, q, I_2, I_3 を用いて表すと

$$\frac{P}{Q} = \boxed{\quad (3 \cdot 2) \quad}$$

となる。これらより、検流計 G を電流が流れない条件を X, Y, P, Q, p, q, r を用いて表すと、

$$(fY + gq)r + fY(p + q) = 0$$

の形にまとめられる。ただし、 f と g は単位の無い無次元量であり、 f と g をそれぞれ X, Y, P, Q, p, q のうち必要なものを用いて表すと

$$f = \boxed{(3 \cdot 3)}$$

$$g = \boxed{(3 \cdot 4)}$$

となる。

II) 片方のスライド式抵抗は一定の断面積と単位長さあたりの抵抗値を持つ一様な長さ L_1 [m] の棒状物質である。点 C はこの棒状物質を s_1 対 $1 - s_1$ に内分する位置にあり、前者が抵抗 P 、後者が抵抗 Q に対応する ($0 < s_1 < 1$)。もう片方のスライド式抵抗も同様に一様な長さ L_2 [m] の棒状物質である。点 D はこの棒状物質を s_2 対 $1 - s_2$ に内分する位置にあり、前者が抵抗 p 、後者が抵抗 q に対応する ($0 < s_2 < 1$)。

未知の抵抗 X と可変抵抗 Y の間の抵抗 r のいかなる値に対しても、電流が検流計 G を流れないとする。このとき、 s_2 を s_1 を用いて表すと

$$s_2 = \boxed{(3 \cdot 5)}$$

となり、 X を Y, p, q を用いて表すと

$$X = \boxed{(3 \cdot 6)}$$

となる。

【4】 以下の の中に適当な数または式を記入せよ。

I) 半径 r [m] の完全な球である密度 ρ [kg/m³] の油滴に電荷 q [C] が帯電しているとする。空気中では、油滴には浮力がはたらく。空気の密度を ρ' [kg/m³]、重力加速度の大きさを g [m/s²] とすると、この浮力の大きさは

$$\boxed{(4 \cdot 1)} \quad [\text{N}]$$

である。ただし、 $\rho > \rho'$ である。

運動する空気中の油滴には空気による抵抗力がはたらく。抵抗力の大きさは球の半径 r と油滴の速さ V [m/s] に比例し、比例係数を u [N·s/m²] として、

$$6\pi urV$$

であり、抵抗力のため、時間が経つと、油滴は一定の速さで運動する。

図 4 の左の図のように、鉛直方向に大きさ E [N/C] の一様な電場を油滴にかける。電場を下向きにかけると、油滴は鉛直上向きに動き、時間が経つと、速さは v_1 [m/s] で一定となった。このときの力のつり合いの式は

$$\boxed{(4 \cdot 2)}$$

である ((4・2) には、関係式を記入する)。次に、電場を上向きにかけると、油滴は鉛直下向きに動き、時間が経つと、速さは v_2 [m/s] で一定となり、(4・2) と同様の力のつり合いの式が得られる。これらの式より、 r を消去でき、

$$q = \boxed{(4 \cdot 3)}$$

となる。この実験から電荷 q は電気素量の整数倍であることが分かった。

II) 真空中で、図 4 の右の図のように、鉛直下向きに大きさ E の一様な電場がかかっている領域に、質量 m [kg]、電荷 $-e$ [C] ($e > 0$) の電子が速さ v [m/s] で水平に左から入射した場合を考える。電子にはたらく重力は無視できるとする。

電場がかかっている領域の長さは L [m] であり、この領域を電子が出た直後の軌道の水平方向からのずれを y [m] とすると、

$$y = \boxed{(4 \cdot 4)}$$

である。

次に、磁束密度 B [T] の一様な磁場を紙面表から裏に向けてかけると、電子は水平に左から入射し、水平を保ったまま、電場がかかっている領域を出た。これより、速さ v は、 B と E を用いて、

$$v = \boxed{(4 \cdot 5)}$$

となる。

これらから、比電荷を、 v を用いずに、 y を用いて表すことができ、

$$\frac{e}{m} = \boxed{(4 \cdot 6)}$$

となる。

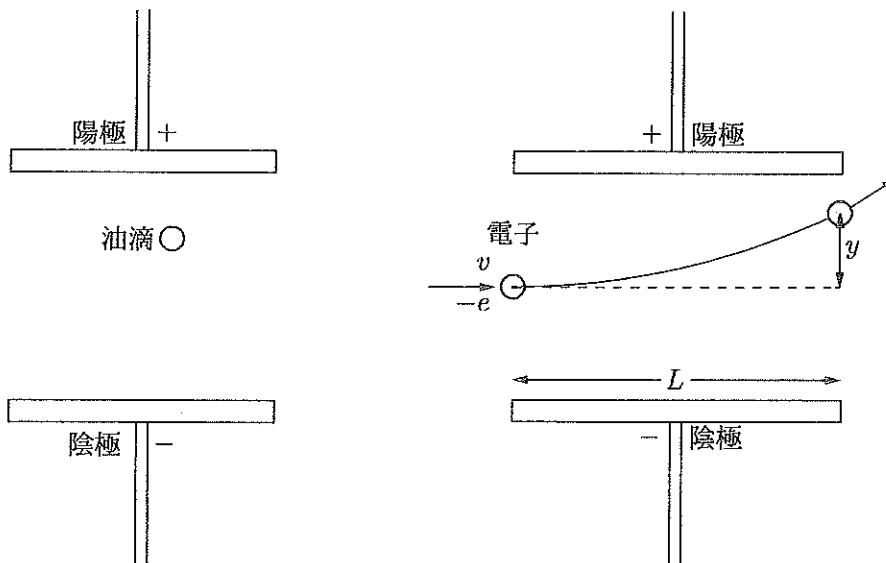


図 4

【5】 以下の の中に適当な数値を、有効数字2桁で、記入せよ。

図5のように、線密度 $1.0 \times 10^{-4} \text{ kg/m}$ の弦の一端をおんさの上部 A に固定し、もう一方の端に滑車を通して質量 0.9 kg のおもりを結んだ。また、滑車の前に駒 B を取り付けた。糸の張力 $S \text{ [N]}$ 、弦の線密度 $\rho \text{ [kg/m]}$ 、弦を伝わる波の速さ $v \text{ [m/s]}$ との間には、

$$v = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$$

の関係式が成り立つとする。また、重力加速度の大きさを 10 m/s^2 とし、弦にはたらく重力は無視できるとする。

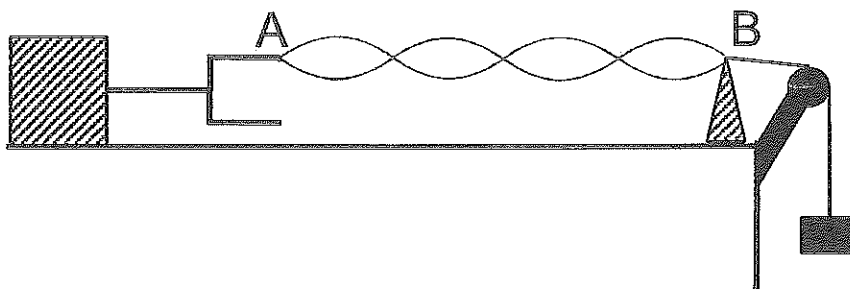


図5

図5のように、おんさの振動方向と弦を垂直にしておんさを連続的に振動させたところ、点 AB 間でとなり合う腹の間隔が 0.3 m で、腹が4個の定常波ができた。このとき、点 A は小さく振動するが、点 A と点 B は定常波の節とみなしてよい。

弦を伝わる波の速さは

m/s

となることから、おんさの振動数は

Hz

である。

ここで、おんさの振動数を変化させずに、弦が腹 3 個の定常波になるように、おもりの質量を

$$\boxed{(5 \cdot 3)} \quad \text{kg}$$

のものに取り替えた。この状態において、腹が 4 個の定常波を作るには、弦の長さ AB を

$$\boxed{(5 \cdot 4)} \quad \text{m}$$

にすればよいが、弦の長さ AB は変えないでおく。

次に、質量 0.9 kg のおもりに戻し、おんさの振動数が $(5 \cdot 2)$ の $\frac{1}{2}$ である新しいおんさに取り替えた。この新しいおんさを連続的に振動させたところ、腹の数が

$$\boxed{(5 \cdot 5)} \quad \text{個}$$

の定常波ができた。