次の空欄を埋めなさい.

解答は，分数の場合には既約分数の形で，自然数の根号を含む場合には根号の中が最小の自然数となる形で書きなさい.

1 (1) $\dfrac{12}{\sqrt{13}+1}$ の小数部分を b とする．$\dfrac{1}{b}$ の値を，分母を有理化して求めると $\dfrac{1}{b}=\boxed{\text{ア}}$ である.

(2) k を正の定数で，$k \neq 1$ とする．関数 $f(x)=kx^2-2x-3k^2+2k+5$ の最小値が 3 であるとき，定数 k の値は $k=\boxed{\text{イ}}$ である.

(3) 1680 のすべての正の約数の和は $\boxed{\text{ウ}}$ である.

(4) 次の定積分を求めると，$\displaystyle\int_0^1 x^3(1-x^2)^8\,dx=\frac{1}{\boxed{\text{エ}}}$ である．ただし，$\boxed{\text{エ}}$ は整数である.

(5) 3 つの空間ベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ において，$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=4$，$|\vec{c}|=\sqrt{2}$ とする.
$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 60°，$\vec{a}$ と $\vec{c}$ のなす角が 45°，$\vec{b}$ と $\vec{c}$ のなす角が 90° であるとき

$$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=\boxed{\text{オ}}$$

である.

(6) 原点 O を中心とする半径 4 の円を C とする．円 C の外部の点 P を通る直線が円 C と異なる 2 点 A，B で交わるとする．PA $=8$，AB $=6$ であるとき，OP $=\boxed{\text{カ}}$ または OP $=\boxed{\text{キ}}$ である．ただし，$\boxed{\text{カ}}<\boxed{\text{キ}}$ とする.

(7) n を自然数とする．次の和を求めると

$${}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots\cdots+{}_nC_n=\boxed{\text{ク}}$$

である．次の和を求めると

$$\frac{1}{1!(2n)!}+\frac{1}{2!(2n-1)!}+\frac{1}{3!(2n-2)!}+\cdots\cdots+\frac{1}{n!(n+1)!}=\boxed{\text{ケ}}$$

である.

(8) 2 次方程式 $3x^2+13x+5=0$ の 2 つの解を α，β とする．p を正の実数とする．放物線 $y=\alpha x^2+px+\beta$ の準線と放物線 $y=\beta x^2+px+\alpha$ の準線が一致するとき，$p=\boxed{\text{コ}}$ である.

2 (1)　2種類の種A，Bがある．種Aの発芽率は75%，種Bの発芽率は60%である．

(i)　種Aを1粒，種Bを2粒花壇に植えたとき，少なくとも1粒が発芽する確率は $\boxed{\text{ア}}$ である．

(ii)　種Aと種Bを1粒ずつ花壇X，花壇Y，花壇Zに植えたとき，すべての花壇で少なくとも1粒発芽する確率は $\boxed{\text{イ}}$ である．

(2)　2個のさいころを同時に投げて，出た目の和が n であるとき

$$a = \sin\frac{n\pi}{2},\ b = \sin\frac{n\pi}{3},\ c = \sin\frac{n\pi}{4},\ d = \sin\frac{n\pi}{6}$$

とする．

(i)　$a = 1$ となる確率は $\boxed{\text{ウ}}$ であり，$b = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ となる確率は $\boxed{\text{エ}}$ である．
また，$c = \frac{\sqrt{2}}{2}$ となる確率は $\boxed{\text{オ}}$ であり，$d = \frac{1}{2}$ となる確率は $\boxed{\text{カ}}$ である．

(ii)　a，b，c，d のうち，少なくとも1つが0である確率は $\boxed{\text{キ}}$ である．

(iii)　a，b，c，d のうち，少なくとも1つが負である確率は $\boxed{\text{ク}}$ である．

3　$\triangle$OABにおいてOA $= 4$，OB $= 3$，AB $= 2$ とする．点Aを通り，$\angle$OBAの二等分線と平行な直線を ℓ とする．直線 ℓ と直線OBの交点をPとする．

(1)　$\angle \mathrm{AOB} = \theta$ とおくと，$\cos\theta = \boxed{\text{ア}}$ である．

(2)　線分OPの長さはOP $= \boxed{\text{イ}}$ であり，線分APの長さはAP $= \boxed{\text{ウ}}$ である．

(3)　$\angle$OBAの二等分線と線分OAの交点を $\mathrm{A_1}$ とする．線分 $\mathrm{OA_1}$，$\mathrm{A_1A}$ の長さは $\mathrm{OA_1} = \boxed{\text{エ}}$，$\mathrm{A_1A} = \boxed{\text{オ}}$ である．

(4)　$\triangle \mathrm{ABA_1}$ の面積は $\boxed{\text{カ}}$ である．

(5)　線分OA上に点 $\mathrm{A_2}$，$\mathrm{A_3}$，……，A_n，……が限りなく並んでいて，
線分OB上に点 $\mathrm{B_1}$，$\mathrm{B_2}$，$\mathrm{B_3}$，……，B_n，……が限りなく並んでいて，

$$\mathrm{OA} > \mathrm{OA_1} > \mathrm{OA_2} > \mathrm{OA_3} > \cdots\cdots > \mathrm{OA}_n > \cdots\cdots$$
$$\mathrm{OB} > \mathrm{OB_1} > \mathrm{OB_2} > \mathrm{OB_3} > \cdots\cdots > \mathrm{OB}_n > \cdots\cdots$$
$$\angle \mathrm{ABA_1} = \angle \mathrm{BA_1B_1}$$
$$\angle \mathrm{ABA_1} = \angle \mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{A}_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$
$$\angle \mathrm{ABA_1} = \angle \mathrm{B}_n\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{B}_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

であるとする．

(i)　線分 $\mathrm{A_1A_2}$，$\mathrm{A_3A_4}$，$\mathrm{A_5A_6}$，……，$\mathrm{A}_{2n+1}\mathrm{A}_{2n+2}$，……の長さの総和は $\boxed{\text{キ}}$ である．

(ii)　線分AB，$\mathrm{BA_1}$，$\mathrm{A_1B_1}$，$\mathrm{B_1A_2}$，$\mathrm{A_2B_2}$，$\mathrm{B_2A_3}$，$\mathrm{A_3B_3}$，……，$\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$，$\mathrm{B}_n\mathrm{A}_{n+1}$，……の長さの総和は $\boxed{\text{ク}}$ である．

(iii)　$\triangle \mathrm{ABA_1}$，$\triangle \mathrm{A_1B_1A_2}$，$\triangle \mathrm{A_2B_2A_3}$，$\triangle \mathrm{A_3B_3A_4}$，……，$\triangle \mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{A}_{n+1}$，……の面積の総和は $\boxed{\text{ケ}}$ である．