平 成 30 年 度

試 験 問 題 ②

学 科 試 験

（9時 ～ 12時）

【注　意】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中をみてはならない．
2. 試験教科，試験科目，ページ，解答用紙および選択方法は下表のとおりである．

教　科	科　目	ページ	解答用紙数	選　択　方　法
数　学	数　学	1 ～ 12	2　枚	数学，英語は必須解答とする． 理科は左の3科目のうちから1科目を選択せよ．
英　語	英　語	13 ～ 16	3　枚	
理　科	化　学	17 ～ 28	2　枚	
	生　物	29 ～ 44	2　枚	
	物　理	45 ～ 54	1　枚	

3. 監督者の指示に従って，選択しない理科科目を含む全解答用紙（10枚）に受験番号と選択科目（理科のみ）を記入せよ．
   ①　受験番号欄に受験番号を記入せよ．
   ②　理科は選択科目記入欄に選択する1科目を○印で示せ．
   上記①，②の記入がないもの，および理科2科目または理科3科目選択した場合は答案全部を無効とする．
4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ．
5. 問題冊子の余白を使って，計算等を行ってもよい．
6. 試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせよ．
7. 解答用紙はいずれのページも切り離してはならない．
8. 解答用紙は持ち帰ってはならない．問題冊子は持ち帰ってよい．

―余　白―

（このページに問題はありません）

数 学

【1】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.
次のデータを考える.

x	20	a	50	25	80	70
y	2004	2008	2010	2005	2016	b

a は 20 以上 80 以下, b は 2009 以上 2018 以下の実数を動くとき, y の中央値 m の取りうる値の範囲は $\boxed{\text{ア}}$ となる. また, x と y の相関係数は, $a = \boxed{\text{イ}}$, $b = \boxed{\text{ウ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{エ}}$ を取る.

－余白（計算用紙）－

【2】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.

0 から 9 までの番号が書かれた 10 マスからなるすごろくがある. ゴールは 0 番のマスとする. サイコロを 1 回振るごとにコマがマスを移動するが, x 番のマスにいるときにサイコロの出た目の数が y ならば, $|x-y|$ 番のマスに移動する. ただし, このサイコロは 1 から 6 までのどの目も同じ確率で出るものとする.

(1) 6 番のマスからスタートし, n 回目にサイコロを振って初めてゴールに到達する確率を P_n とする. 正整数 n に対して $P_n = \boxed{\text{ア}}$ である.

(2) 9 番のマスからスタートし, n 回目にサイコロを振って初めてゴールに到達する確率を Q_n とする. このとき $Q_2 = \boxed{\text{イ}}$, $Q_3 = \boxed{\text{ウ}}$ で,

$$Q_n = \boxed{\text{エ}} \quad (n = 4, 5, \ldots)$$

となる. さらに

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} kQ_k = \boxed{\text{オ}}$$

である. ただし, $|r| < 1$ に対して $\lim_{n\to\infty} nr^n = 0$ を使ってよい.

－余白（計算用紙）－

【3】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.
AB = AC である三角形 ABC を考える. BC を底辺とし, 底辺の長さを 1, 三角形 ABC の高さを h とする.

(1) 三角形 A, B, C の外接円 R の半径 r は $\boxed{\text{ア}}$ である.

(2) 外接円 R の中心を O とし, OA と OC を 2 辺とする平行四辺形 AOCD を考える. D が R の周上にあるのは $h = \boxed{\text{イ}}$ のときである.

－余白（計算用紙）－

【4】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.

0 以上の整数 n に対し, $a_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x\,dx$ とおく.

(1) $n \geqq 2$ に対して

$$\frac{d}{dx}(\cos^{n-1}x\sin x) = \alpha\cos^{n-2}x + \beta\cos^n x \quad (\text{ただし } \alpha, \beta \text{ は } x \text{ によらない定数})$$

と表すと, $\alpha = \boxed{\text{ア}}$, $\beta = \boxed{\text{イ}}$ である.

(2) $n \geqq 2$ に対して, 漸化式 $a_n = \boxed{\text{ウ}}\,a_{n-2}$ が成り立つ.

(3) $n \geqq 0$ に対して, 数列 $\{a_{n+1}a_n\}$ の一般項の値を求めると $a_{n+1}a_n = \boxed{\text{エ}}$ である.

－余白（計算用紙）－

【5】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.
空間に一辺の長さ l の正四面体OABCがある. 点Oを始点とする点A,B,Cの位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ とする. 定数 p, q に対して, 点Xが内積についての条件 $\vec{a} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OX}} = p$ および $\vec{b} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OX}} = q$ を満たしながら動くとき, 点Xの集合は直線をなす. この直線の長さ1の方向ベクトルは $\vec{u} = \pm \boxed{\text{ア}}$ である. このとき, 直線は媒介変数 t と定数 α, β を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OX}} = t\vec{u} + \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$ の形に書ける. α と β を p, q, l を用いて表すと $\alpha = \boxed{\text{イ}}$, $\beta = \boxed{\text{ウ}}$ となる.

－余白（計算用紙）－

【6】 以下の問に答えよ.

(1) x の整式 $x^4+2x^3+2x^2+2x+1$ を因数分解せよ.

(2) どのような正整数 n に対しても, $n^4+2n^3+2n^2+2n+1$ は平方数ではないことを証明せよ. ただし, 平方数とはある正整数 m を用いて m^2 と表される正整数のことである.

－余白（計算用紙）－