

理学部・医学部・薬学部・工学部・都市デザイン学部試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。解答用紙は3枚、計算用紙は1枚で、問題冊子とは別になっています。試験開始の合図があってから直ちに確認し、不備がある場合は監督者に申し出て下さい。
3. 各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際、解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰って下さい。

1 原点 $O(0, 0)$ を中心とする半径 1 の円を C_1 , 点 $B(-1, 0)$ を中心とする半径 1 の円を C_2 とする。点 P は点 $A(1, 0)$ を出発して, 一定の速さで反時計回りに円 C_1 上を半周して点 B で停止する。一方, 点 Q は点 $D(-2, 0)$ を点 P と同時に出発して, 点 P の速さの 2 倍の速さで時計回りに円 C_2 上を 1 周して停止する。

- (1) $\angle AOP = \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) とするとき, 点 P と点 Q の座標をそれぞれ θ を用いて表せ。
- (2) $t = \cos \theta$ とする。 PQ^2 を t を用いて表せ。
- (3) PQ^2 を最小にする t の値と, PQ^2 の最小値を求めよ。

(解答用紙は, 1 を使用せよ)

理 1

2 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = \sqrt[3]{x^2}$ は $x = 0$ で微分可能でないことを示せ。

(2) 関数

$$f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2} + 2\sqrt[3]{(x+2)^2}$$

を考える。

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ をそれぞれ求めよ。

(b) $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。

(c) k を実数とする。 x についての方程式 $f(x) = k$ の異なる実数解の個数が 4 個となるような k の値の範囲を求めよ。

(解答用紙は、2 を使用せよ)

理 2

3 $0 \leq x \leq 1$ で定義された次の関数 $f(x), g(x), h(x)$ を考える。

$$f(x) = \left| x - \left[x + \frac{1}{2} \right] \right|$$

$$g(x) = \frac{1}{2} \left[f(x) + \frac{3}{4} \right]$$

$$h(x) = \left| f(x) - g(x) \right| + f(x)$$

ただし、実数 a に対して、 a を超えない最大の整数を $[a]$ で表し、 a の絶対値を $|a|$ で表す。

- (1) $y = f(x)$ のグラフをかけ。
- (2) $y = g(x)$ のグラフをかけ。
- (3) $y = h(x)$ のグラフをかけ。
- (4) 定積分

$$\int_0^1 h(x) \sin \pi x \, dx$$

の値を求めよ。

(解答用紙は、3 を使用せよ)

理 3