平成 31 年度入学者選抜学力検査問題

〈前期日程〉

理　　　科

（医学部　医学科）

科　　目	頁　　数
物理基礎・物理	2 頁 ～ 7 頁
化学基礎・化学	8 頁 ～ 15 頁
生物基礎・生物	16 頁 ～ 23 頁

注　意　事　項　Ⅰ

この冊子には物理，化学，生物の問題がのっている。そこから2科目を選択し，解答すること。

注　意　事　項　Ⅱ

1　試験開始の合図があるまでこの問題冊子を開いてはいけない。

2　試験開始の合図のあとで問題冊子の頁数を確認すること。

3　解答にかかる前に必ず受験番号を解答用紙に記入すること。

4　解答は必ず解答用紙の所定の欄に記入すること。
　所定の欄以外に記入したものは無効である。

5　問題冊子は持ち帰ってよい。

（このページは空白）

物理基礎・物理

1 図1のような半径R〔m〕の半球面の内側を鏡面とする鏡が，光をどのように反射させるか，調べてみよう。ここでは，球の中心Cと鏡の中心Oを通る直線を光軸(主軸)と定め，太さが無視できる細い光を，鏡面に向けて光軸と平行に入射させる。このとき，球の中心Cを含み光軸と垂直な平面を平面Sとし，入射光が平面Sと交わる位置を点P，その光が到達する鏡面上の位置を点Qとすると，入射光の経路は球の中心Cから点Pまでの距離x〔m〕を用いて指定することができる($0 \leqq x < R$)。また，$\dfrac{x}{R} = \alpha$とおくと，入射光の経路は，xの代わりにαを用いて指定することもできる。点Qは，xやαの値に応じて，直線PQが常に光軸と平行になるように定めるものとする。なお，図中の点Dと点Eは，光軸と入射光を含む平面(図の紙面)が半球面のふちと交わる点である。

図1には，光の進み方の例として，入射した光が点Qで反射した後，光軸上の一点を通って半球の外まで直進する様子が描かれている。光がこのように進むとき，反射光が光軸および平面Sと交わる位置をそれぞれ点F，点P′とし，鏡の中心Oから点Fまでの距離をf〔m〕，球の中心Cから点P′までの距離をy〔m〕とする。

図1にも示されているように，入射光と線分CQのなす角をi〔rad〕，点Qで反射した光と線分CQのなす角をj〔rad〕として，以下の問いに答えよ。必要であれば，次の公式(複号同順)を用いてよい。

任意の角A，Bに対して，

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B,\quad \cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

三角形の3つの内角をA，B，Cとし，それらの対辺の長さをそれぞれa，b，cとするとき，

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

問 1 点Qにおける反射の法則を，x，i，jの中から必要な記号を用いて式で表せ。

問 2 $\sin i$と$\cos i$を，それぞれαを用いて表せ。

問 3 以下の文章の空欄 $\boxed{\text{(a)}}$ ～ $\boxed{\text{(d)}}$ に当てはまる値を求めよ。必要であれば，円周率をπとして用いてよい。また，答えを導出する際に図を描く必要があれば，解答欄に描かれた半球面の鏡の図を利用してよい。

(ア) 点Qで反射した光が再び鏡面に当たることなく半球の外に出ていくことができるのは，入射光が$0 \leqq i <$ $\boxed{\text{(a)}}$ radを満たす経路を通るときに限られる。ただし，$i = 0$ radとなるのは$\alpha = 0$のときで，このときは入射光も反射光も光軸と重なる。一方，iが $\boxed{\text{(a)}}$ rad以上になると，点Qで反射した光は半球の外に出る前に再び鏡面に当たるようになる。iが $\boxed{\text{(a)}}$ radになるのは，$\alpha =$ $\boxed{\text{(b)}}$ のときである。以上より，入射光が$0 \leqq \alpha <$ $\boxed{\text{(b)}}$ を満たす経路を通れば，点Qで反射した光は，再び鏡面に当たることなく半球の外まで直進する。

(イ) しかし，入射光が $i \geqq$ $\boxed{\text{(a)}}$ rad となる経路を通る場合でも，i が $\boxed{\text{(c)}}$ rad を超えなければ，点Qで反射した光は少なくとも光軸までは再び鏡面に当たることなく直進することができる。しかし，i が $\boxed{\text{(c)}}$ rad を超えると，点Qで反射した光は光軸と交わる前に再び鏡面に当たるようになる。i が $\boxed{\text{(c)}}$ rad になるのは，$\alpha =$ $\boxed{\text{(d)}}$ のときである。

問 4 図1のように，点Qで反射した光が光軸まで直進するとき，$\dfrac{f}{R}$ を，α を用いて表せ。ただし，ここでは $\alpha = 0$ の場合は考えなくてよい。

問 5 図1のように，点Qで反射した光が再び鏡面に当たることなく半球の外に出ていくとき，距離 y と距離 x の比の値 $\dfrac{y}{x}$ を，α を用いて表せ。ここでも $\alpha = 0$ の場合は考えなくてよい。

問 6 距離 x を，0ではないが半径 R に比べて十分小さい値にすると，**問4**および**問5**で求めた $\dfrac{f}{R}$，$\dfrac{y}{x}$ はそれぞれどのような値で近似されるか。$\dfrac{f}{R}$，$\dfrac{y}{x}$ のそれぞれに対して，以下の①～⑥の中から最も適切な値を選び，その番号を答えよ。

① 0　　② $\dfrac{1}{2}$　　③ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　④ 1　　⑤ $\sqrt{2}$　　⑥ 2

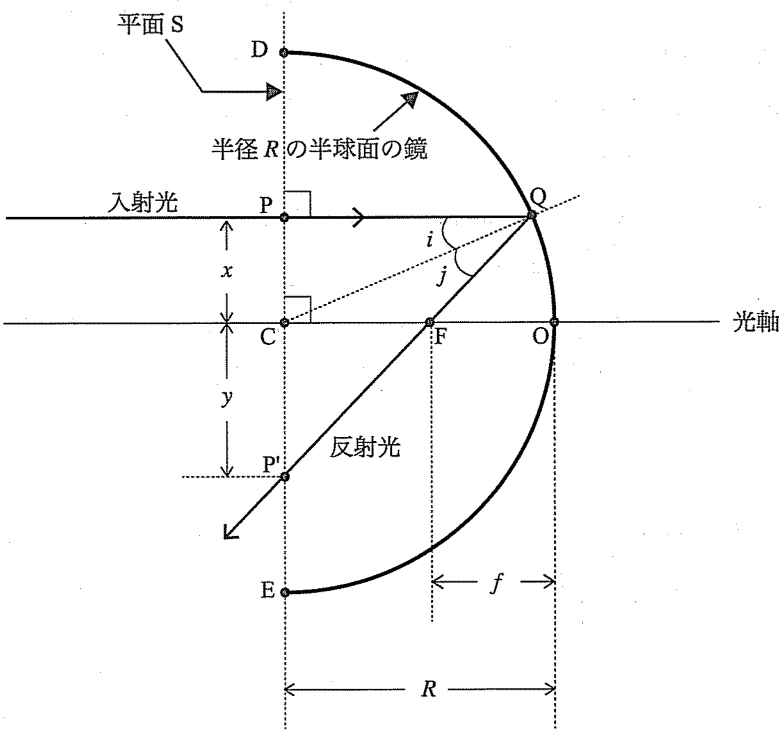

図1

2 気体分子の熱運動と，エネルギーおよび絶対温度の関係について以下の問いに答えよ。

問 1 以下の文中における空欄 $\boxed{\text{(a)}}$ ～ $\boxed{\text{(d)}}$ に入る適切な式を①～⑫の選択肢から選び，番号で答えよ。

1辺の長さが L〔m〕の立方体容器に質量 m〔kg〕の単原子分子が N 個，気体の状態で入っている。この気体は理想気体と考えてよいものとする。**図2**のように，壁 S_x に衝突する直前の分子の速度を $\vec{v}$〔m/s〕$=(v_x,\ v_y,\ v_z)$ とする。分子が壁 S_x と弾性衝突し，壁と平行な速度の成分は変化しないとすると，衝突後の分子の速度 $\vec{v'}$〔m/s〕は $\vec{v'}=$ $\boxed{\text{(a)}}$ と表され，分子の運動量は $m\vec{v'}-m\vec{v}=(-2mv_x,\ 0,\ 0)$ だけ変化する。この1回の衝突により壁 S_x が分子から受ける力積は $(2mv_x,\ 0,\ 0)$ である。壁 S_x に衝突した分子が次に壁 S_x と衝突するまでの時間は $\dfrac{2L}{v_x}$ だから，時間 t〔s〕の間に分子は壁 S_x に $\dfrac{v_xt}{2L}$ 回だけ衝突する。よって，時間 t の間に分子が壁 S_x に及ぼす力積の大きさは $2mv_x\dfrac{v_xt}{2L}$ となる。分子1個が壁 S_x に及ぼす力の大きさの時間的に平均した値を $\bar{f}$〔N〕とすると，壁が受ける力積の平均値は $\bar{f}\cdot t$ に等しいから $\bar{f}=$ $\boxed{\text{(b)}}$ となる。

気体分子全体の $v_x{}^2$ の平均を $\overline{v_x{}^2}$〔m²/s²〕とすると，N 個の分子から壁 S_x が受ける力は $\dfrac{Nm}{L}\overline{v_x{}^2}$ となる。気体の圧力を P〔N/m²〕とすると，$\dfrac{Nm}{L}\overline{v_x{}^2}$ は PL^2 に等しいので $P=\dfrac{Nm}{L^3}\overline{v_x{}^2}$ であることがわかる。ところで，分子の熱運動はどの方向にも均等で偏りがないので，速度の y 成分の2乗についての平均値 $\overline{v_y{}^2}$〔m²/s²〕と z 成分の2乗についての平均値 $\overline{v_z{}^2}$〔m²/s²〕は x 成分の2乗についての平均値 $\overline{v_x{}^2}$ に等しく，$\overline{v^2}=\overline{v_x{}^2}+\overline{v_y{}^2}+\overline{v_z{}^2}=3\overline{v_x{}^2}$ である。よって $P=$ $\boxed{\text{(c)}}$ $\overline{v^2}$ と表すことができる。

質量 m の分子1個の運動エネルギーの平均値 $\dfrac{1}{2}m\overline{v^2}$ は，$P=$ $\boxed{\text{(c)}}$ $\overline{v^2}$ を用いると $\dfrac{1}{2}m\overline{v^2}=$ $\boxed{\text{(d)}}$ のように表される。a)<u>ここで，ボルツマン定数を k〔J/K〕，絶対温度を T〔K〕として，理想気体の状態方程式より得られる式 $PL^3=NkT$ を用いると，気体分子の運動エネルギーと絶対温度の関係を知ることができる。</u>

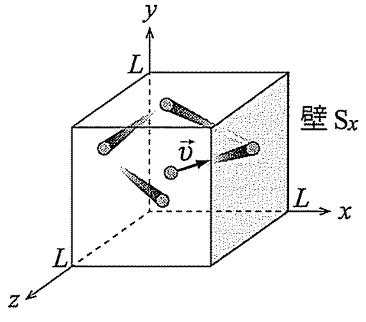

図2

選択肢

① $(-v_x,\ v_y,\ v_z)$　② $(-v_x,\ -v_y,\ -v_z)$

③ $(-v_x,\ 0,\ 0)$　④ $\dfrac{mv_x}{L}$　⑤ $\dfrac{mv_x{}^2}{L}$

⑥ $\dfrac{mv_x{}^2}{2L}$　⑦ $\dfrac{Nm}{3L^3}$　⑧ $\dfrac{Nm}{L^3}$

⑨ $\dfrac{Nm}{2L^3}$　⑩ $\dfrac{1}{2}\dfrac{L^3}{N}P$　⑪ $\dfrac{L^3}{N}P$

⑫ $\dfrac{3}{2}\dfrac{L^3}{N}P$

気体分子は容器中でさまざまな速度を持っている。分子の速さ v〔m/s〕と分子の個数の関係を図3(a)のような装置を用いて調べる。気体分子(粒子)が容器に開けた小穴から放出される。小穴から出た粒子のうち，固定されたスリットを通過した粒子が，回転板1および回転板2の方向へ進む。図3(b)に示したように，回転板1および回転板2にはスリットがついており，2つの回転板は距離 ℓ〔m〕離れ，スリットの方向を角度 ϕ〔rad〕ずらすことができる。2つの回転板は粒子の流れと平行な回転軸で連結され，モーターによって同じ角速度 ω〔rad/s〕で回転する。図3(a)に示したように，粒子の流れの方向を x 軸とし，回転軸および x 軸と垂直に交わる方向を y 軸とする。回転板のスリットが y 軸方向に向いているときだけ，粒子は x 軸方向に進むことができる。このため，ある時刻に回転板1のスリットを通過した粒子が回転板2の位置まで進み，そのとき回転板2のスリットがちょうど y 軸方向になると，粒子は検出器まで進むことができる。したがって，角度 ϕ を調節することで，特定の速さを持つ粒子を検出することができる。

以下の問いにおいて，回転板は毎分8000回転しているものとし，回転板1と回転板2の距離を20.0 cmとする。なお，スリットの幅と回転板の厚さは十分小さいものとする。また，粒子が回転板1から回転板2に進む間に，回転板2が1周より多く回るような場合は考えなくてよい。

問2　この装置で測定される粒子の速さ v を ϕ，ω，ℓ を用いて表せ。

問3　回転板の角度のずれ ϕ の最大値は350.0°，最小値は5.0°であるとする。問2の結果を用いて，測定可能な粒子の速さ v の最大値と最小値を有効数字2桁で求めよ。

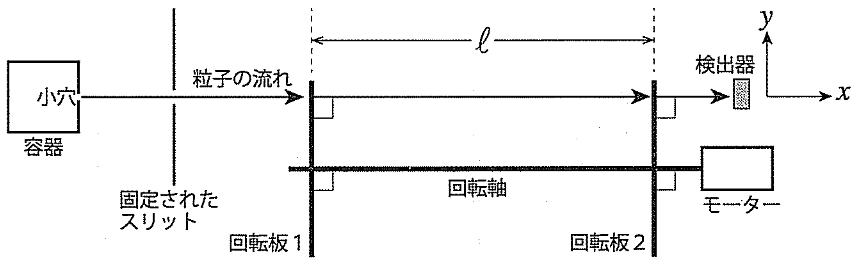

図3(a)

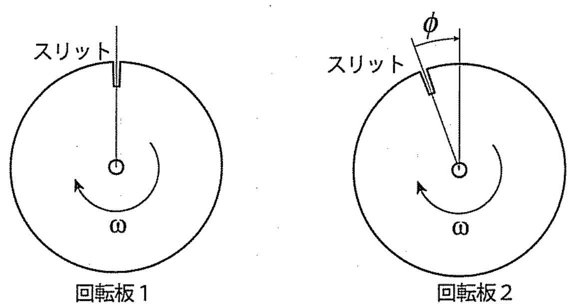

図3(b)

回転板の角度のずれ ϕ を少しずつ変化させて，単位時間あたりに検出器で測定される粒子の個数を調べることで，速さごとの粒子の個数分布を得ることができる。粒子として原子量 40 の原子を用い，容器の温度を $T = 400\,\mathrm{K}$ として実験をおこなったとする。**表 1** は，検出器で測定された粒子の個数分布を表している。粒子の速さ v を

$$100(i-1)\,[\mathrm{m/s}] \leqq v < 100\,i\,[\mathrm{m/s}]，\text{ただし } i \text{ は } 1 \sim 20 \text{ の整数}$$

の範囲に分けて，測定された粒子の個数の割合を F_i とする。それぞれの範囲について，粒子は同じ速さ $v_i = 50 + 100(i-1)\,[\mathrm{m/s}]$ であると考えてよいものとする。**図 4** のグラフは，個数の割合 F_i に $v_i{}^2$ を掛けた結果 $v_i{}^2 F_i$ を表している。なお，個数の割合 F_i は $F_1 + F_2 + F_3 + \cdots + F_{20} = 1$ を満たし，**問 3** で求めた測定可能範囲に含まれない粒子の個数はゼロであると考えてよいものとする。

問 4　**図 4** のグラフから $v_i{}^2 F_i$ の値を読み取り，速さの 2 乗の平均値 $\overline{v^2}$ を有効数字 2 桁で求めよ。なお，グラフから読み取った値を解答欄に記しておくこと。

問 5　**問 4** の結果を用いて $\dfrac{m\overline{v^2}}{kT}$ の値を求め，最も適切な値を①～⑤から選び番号で答えよ。ただし，統一原子質量単位を $1\,\mathrm{u} = 1.7 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$，ボルツマン定数を $k = 1.4 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ とする。

①　1　　②　3　　③　4　　④　5　　⑤　10

問 6　**問 5** の結果を**問 1** の下線部 a）を参考にして説明せよ。

表 1

i	速さ v の範囲〔m/s〕	速さ v_i〔m/s〕	個数の割合 F_i
1	$v < 100$	50	0.01
2	$100 \leqq v < 200$	150	0.07
3	$200 \leqq v < 300$	250	0.12
4	$300 \leqq v < 400$	350	0.20
5	$400 \leqq v < 500$	450	0.21
6	$500 \leqq v < 600$	550	0.17
7	$600 \leqq v < 700$	650	0.12
8	$700 \leqq v < 800$	750	0.06
9	$800 \leqq v < 900$	850	0.03
10	$900 \leqq v < 1000$	950	0.01
11	$1000 \leqq v < 1100$	1050	0.00
12	$1100 \leqq v < 1200$	1150	0.00
13	$1200 \leqq v < 1300$	1250	0.00
14	$1300 \leqq v < 1400$	1350	0.00
15	$1400 \leqq v < 1500$	1450	0.00
16	$1500 \leqq v < 1600$	1550	0.00
17	$1600 \leqq v < 1700$	1650	0.00
18	$1700 \leqq v < 1800$	1750	0.00
19	$1800 \leqq v < 1900$	1850	0.00
20	$1900 \leqq v$	1950	0.00

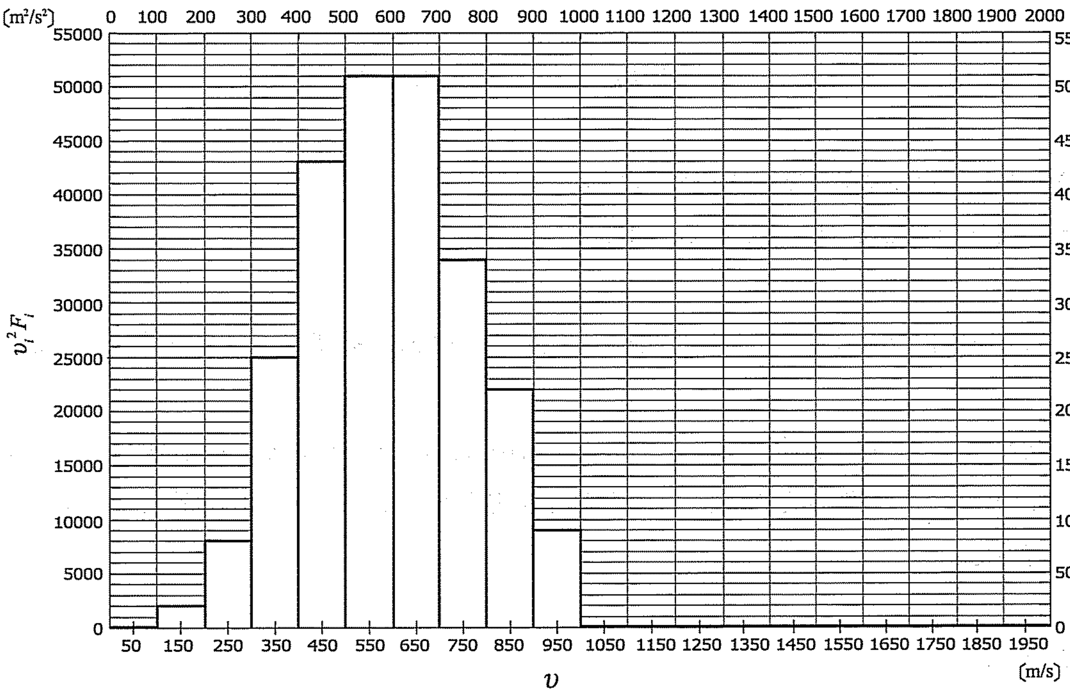

図4：表1の数値を用いて計算した結果を 100 の位で四捨五入したもの