２０２０年度入学試験問題

数　　　学

（数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学Ａ・数学Ｂ）

注　　　意

1　問題冊子は１冊（２ページ），解答用紙は４枚，下書き用紙は３枚です。

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

3　すべての解答用紙の受験番号記入欄２箇所に受験番号を正しく記入しなさい。

4　解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また，答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。

5　試験終了後，問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

数　学（数学Ｉ・数学II・数学III・数学Ａ・数学Ｂ）

$\boxed{1}$

x と y をそれぞれ自然数とする。袋Ａには白玉２個，赤玉３個，袋Ｂには白玉 x 個，赤玉 y 個が入っている。袋Ａから１個の玉を取り出して袋Ｂに入れ，よくかき混ぜて袋Ｂから１個の玉を取り出して袋Ａに入れる。このとき袋Ａの白玉の個数がはじめと変わらない確率を p とおく。以下の問いに答えよ。

(1) $x = 10$，$y = 23$ のとき p を求めよ。

(2) (1) で求めた p を与える x，y の組で $1 \leqq x \leqq 1000$，$1 \leqq y \leqq 1000$ となるものが何組あるかを求めよ。

$\boxed{2}$

0でない複素数 α は $|\alpha - i| = 1$ を満たすとする。また α の偏角 θ は $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ を満たすとする。以下の問いに答えよ。

(1) $|\alpha|$ を θ を用いて表せ。

(2) $\beta = -\alpha + 2i$ とおく。β の偏角 $\arg\beta$ を θ を用いて表せ。ただし $0 \leqq \arg\beta < 2\pi$ とする。

(3) β は (2) で与えられたものとする。複素数平面において実軸上に点 $\mathrm{P}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$ をとる。3点 $\mathrm{A}(\alpha)$，$\mathrm{B}(\beta)$，$\mathrm{P}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$ が一直線上にあるとき θ の値を求めよ。

3

xyz 空間における O$(0,0,0)$，A$(1,0,0)$，B$(1,1,0)$，C$(0,1,0)$，D$(0,0,1)$，E$(1,0,1)$，F$(1,1,1)$，G$(0,1,1)$ を頂点とする立方体を考える。点 P は時刻 $t=0$ に原点 O を出発し毎秒 1 の速さで正方形 OABC の周上を点 O，点 A，点 B，点 C の順に一周する。点 Q は時刻 $t=0$ に点 D を出発し毎秒 1 の速さで正方形 DEFG の周上を点 D，点 G，点 F，点 E の順に一周する。線分 PQ が通過してできる図形と正方形 OABC, 正方形 DEFG によって囲まれる立体を K とする。以下の問いに答えよ。

(1) a は $0 \leqq a < \dfrac{1}{2}$ を満たすとする。平面 $z=a$ によって立体 K を切ったときの切り口の面積を求めよ。

(2) 立体 K の体積を求めよ。

4

a を正の数とする。xy 平面において，点 A$(a,0)$ をとり，C_1 を双曲線 $x^2-4y^2=-4$ とし，C_2 を双曲線 $x^2-4y^2=4$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) 点 P が C_1 上にあるとする。このとき AP を最小にする点 P とその最小値を求めよ。

(2) 点 P が C_2 上にあるとする。このとき AP を最小にする点 P とその最小値を求めよ。

(3) 点 P が C_1 または C_2 上にあるとする。このとき点 $(2,0)$ が，AP の最小値を与える点 P となるような a の値の範囲を求めよ。