

[「物理基礎・物理」「化学基礎・化学」「生物基礎・生物」]

(時間：2出題科目で120分)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
「物理基礎・物理」	1～2	
「化学基礎・化学」	3～4	左の3出題科目のうちから、あらかじめ届け出た2出題科目について解答しなさい。
「生物基礎・生物」	5～7	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答は、すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 5 問題冊子の余白は計算等に用いて構いません。
- 6 試験終了後、解答用紙のみを回収します。

物理基礎・物理

[1] 図のように、質量の無視できるばねの一端に質量が m で厚さの無視できる円板 A をとりつけ、別の一端を床に固定し垂直に設置したところ、ばねは x_0 だけ縮んでつり合った。ばねが自然の長さにあるときの上端の位置を原点 O として、鉛直下向きに x 軸をとる。ただし、ここで扱うすべての円板は、レールに沿って x 軸方向にのみ動き、レールとの間に摩擦はないものとする。また、重力加速度の大きさを g とする。以下の文章の空欄 [ア] ~ [カ] を適切な数式または数値で埋め、下の問い合わせ(問 1 ~ 4)に簡潔な説明をつけて答えよ。

(I) 質量が m で厚さの無視できる円板 B を静かに A にのせて手を放したところ、両物体は一体のまま振幅が [ア] で、 $x = [イ]$ を中心とする単振動をした。

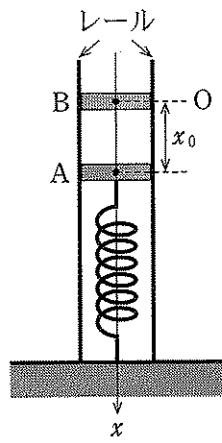
問 1 両物体が位置 x にあるときの両物体の加速度 a を g , x , x_0 を用いて表せ。また、このときの A が B から受ける力 f を g , m , x , x_0 を用いて表せ。

問 2 両物体が最下点 P に到達したときの加速度 a_P を g を用いて表せ。また、このときの A が B から受ける力 f_P を g , m を用いて表せ。

(II) 次に、ばねと A をはじめの状態にもどし、原点から B を静かに落下させたところ、B は速度 $v = [ウ]$ で A に弾性衝突し、衝突直後の A の速度 v_A は [エ], B の速度 v_B は [オ] であった。その後、少なくとも A が最下点 Q に到達するまで A と B が再び衝突することなく、再衝突するまで A は $x = [カ]$ を中心とする単振動をした。

問 3 最初の衝突をしてから A が最下点 Q に到達するまでに要した時間 t_Q を g , x_0 を用いて表せ。

問 4 A が最下点 Q に到達したときの位置 x_Q を x_0 を用いて表せ。

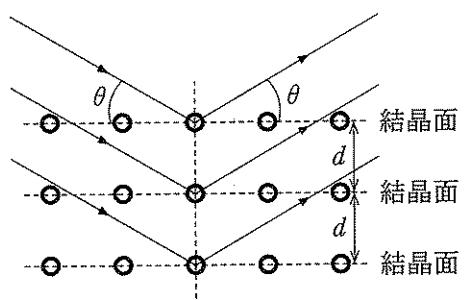


[2] 次の文章の空欄 [ア] ~ [ク] を適切に埋め、下の問い合わせに簡潔な説明をつけて答えよ。ただし、[エ]、[カ]、[オ] および [ク] には数式が、それ以外には言葉が入る。

一般に 2 つの波が出合い、重なったとき、媒質の元の位置からの変位はそれぞれの波が単独で到達したと考えた場合の変位の和になる。これを波の [ア] の原理という。また、複数の波が重なり、強め合うところと、弱め合うところができる現象を波の [イ] という。

結晶の原子の間隔と同程度の波長をもつ X 線を結晶に当てるとき、結晶内の原子は規則的に並んでいるため、X 線に対し回折格子としてはたらき、[イ] 現象を起こす。これを X 線回折といい、この現象を利用して、結晶の原子の間隔を求めることができる。図のように、波長 λ の X 線を結晶面(格子面)と角 θ をなす方向から入射させると、X 線は多くの結晶面内の原子によって散乱され、いろいろな方向に進む。散乱された X 線が [イ] して強め合うのは、結晶面に対して反射の法則を満たし、かつ、隣り合う 2 つの結晶面で反射された X 線が [ウ] (同位相か逆位相かで答えよ) となる場合である。結晶面の間隔を d としたとき、隣り合う 2 つの結晶面で反射された X 線の経路の差は d と θ を用いて [エ] と表せ、この経路の差が λ の [オ] 倍になれば反射した 2 つの X 線は [ウ] となり強め合う。この条件を表す式は d, n, θ, λ を用いて [カ] (ただし、 $n = 1, 2, 3, \dots$) と表され、これをプラッグの条件という。

ド・ブロイは、質量をもつ粒子も波動性をもつと予言した。この波を [キ] といい、特に粒子が電子のときの波を電子波といふ。電子の質量を m 、速さを v 、プランク定数を h とすると、この電子波の波長 λ_0 は [ク] と表せる。その後、デビソン、ガーマー、菊池正士らによって、結晶の原子の間隔と同程度の波長をもつ電子線を結晶に当てるとき X 線回折と同様の回折現象が生じることが確かめられた。



問 λ_0 を X 線と同程度にするにはどれくらいの電位差で加速すればよいかを考える。電気素量を e 、電子は速さ 0 から電位差 V で加速するものとして、 V を e, h, m, λ_0 を用いて表せ。ただし、電子の速さは光速より十分遅いものとする。

[3] 次の文章の空欄 [ア] ~ [ク] を適切な式で埋め、下の問い合わせ(問1・2)に簡潔な説明をつけて答えよ。ただし、以下で扱う気体はすべて単原子分子理想気体であるとし、気体定数を $R[J/(mol \cdot K)]$ とする。

気体のモル比熱とは1 mol の気体の温度を1 K 上昇させるのに必要な熱量である。したがって、1 mol の気体に $Q[J]$ の熱量を加えて温度が $\Delta T[K]$ 上昇したときのモル比熱 $C[J/(mol \cdot K)]$ は Q と ΔT を用いて [ア] $[J/(mol \cdot K)]$ と表される。

(I) 図1のように、なめらかに動くピストンのついた熱をよく通す断面積 $S[m^2]$ のシリンダーの中に気体Aが1 mol 閉じ込められている。このシリンダーが設置されている実験室では、シリンダーの外部の気体(外気)の圧力を常に一定($p_0[Pa]$)に保つことができる。はじめ、室温が $T[K]$ の下で、シリンダーの底からピストンまでの長さが $l[m]$ 、Aの圧力と温度はともに外気と等しい状態にあった。このときAの状態方程式は l, p_0, R, S, T を用いて [イ] と表される。次に、室温を $T + \Delta T$ としたところ、Aの温度も一様に $T + \Delta T$ であり、図2のようにシリンダーの底からピストンまでの長さは $l + \Delta l[m]$ であった。このときAの状態方程式は $l, \Delta l, p_0, R, S, T, \Delta T$ を用いて [ウ] と表される。[イ] と [ウ] より、 Δl は、 $p_0, R, S, \Delta T$ を用いて [エ] $[m]$ と表される。このときAの体積変化は $S\Delta l[m^3]$ であることから、Aがピストンにした仕事 $W[J]$ を求めることができる。以上のことから、この状態変化でAに加えられた熱量とAのモル比熱が求められる。

(II) 次に、(I)と同じ実験室内に設置されている球形をした風船の中に気体Bが1 mol 閉じ込められている場合を考えよう。風船の中では、風船の膜が収縮しようとするために圧力が生じる。この圧力は、半径 $r[m]$ の風船では比例定数を $a[N/m]$ として $\frac{a}{r}[Pa]$ と表される。ここでは、 a は温度によらないものとする。また、風船の膜は熱をよく通し、膜の厚みと質量は無視できるものとする。

図3のように、はじめ、室温が T の下で、風船の半径は r 、Bの温度は外気と等しく T であった。一方、Bの圧力 $p(r)[Pa]$ は a より膜が収縮しようするために生じる圧力の分だけ大きいので、 $p(r)$ は a, p_0, r を用いて [オ] $[Pa]$ と表される。このときBの状態方程式は a, p_0, r, R, T を用いて [カ] と表される。次に、室温を $T + \Delta T$ としたところ、Bの温度も一様に $T + \Delta T$ であり、図4のように風船の半径は $r + \Delta r[m]$ であった。このときBの状態方程式は $a, p_0, r, \Delta r, R, T, \Delta T$ を用いて [キ] と表される。 Δr が r に比べてじゅうぶん小さいとすると任意の整数 n に対して $(r + \Delta r)^n$ は $r^n + nr^{n-1}\Delta r$ と近似できるので、[カ] と [キ] より、 Δr は、 $a, p_0, r, R, \Delta T$ を用いて [ク] $[m]$ と表される。このときBの体積変化を $4\pi r^2 \Delta r[m^3]$ 、さらには、Bが外部にした仕事(膜を通して外気にした仕事と膜そのものにした仕事の和) W を $4\pi r^2 p(r) \Delta r[J]$ と近似することができる。以上のことから、この状態変化でBに加えられた熱量とBのモル比熱が求められる。

問1 下線部の状態変化でBに加えられた熱量 $Q_B[J]$ を $a, p_0, r, R, \Delta T$ を用いて表せ。

問2 下線部の状態変化でのBのモル比熱 $C_B[J/(mol \cdot K)]$ を a, p_0, r, R を用いて表せ。

[4] 電子の質量 $m[kg]$ に対する電荷の大きさ $e[C]$ の比 $\frac{e}{m}[C/kg]$ を「電子の比電荷」という。一様な磁場中を運動する電子の軌道を観察することで電子の比電荷を求める実験について考えよう。

実験装置は、図のように円形コイルと電子銃を備えた管球から構成されている。円形コイルに電流を流すことで、その内側に紙面に対して垂直で紙面の裏から表の向きに一様な磁場を生じさせることができる。一方、電子銃からは、紙面内を下から上の向きに速さ $v[m/s]$ で電子が放出される。放出された電子は、円形コイルで生成された磁場によって半径 $r[m]$ の円周上を運動する。この円の直径 $d[m]$ ($= 2r$) を測定することで、電子の比電荷を求めることができる。以下では、円形コイルの内側の磁束密度の大きさ $B[T]$ は、円形コイルに流れる電流を $I[A]$ 、比例定数を $\alpha(T/A)$ として、 $\alpha I[T]$ と表されるものとする。また、電子銃から放出された電子は、はじめ静止している状態から電位差 $V[V]$ で加速されたものとする。次の問い合わせ(問1~3)に答えよ。ただし、問1・2には簡潔な説明をつけること。

問1 v を e, m, V を用いて表せ。また、同じ v を e, m, r, I, α を用いて表せ。

問2 電子の比電荷を r, I, V, α を用いて表せ。

問3 円形コイルに流れる電流を $I_0[A]$ に保ち、電子銃の電位差 V を変化させたときの円の直径 d と V の関係を実線で、また、電流を $\frac{1}{2}I_0$ としたときの d と V の関係を破線で解答用紙のグラフに図示せよ。ただし、グラフ内の×印は電流を I_0 、電位差を $V_0[V]$ としたときの円の直径 $d_0[m]$ の点をプロットしたものである。

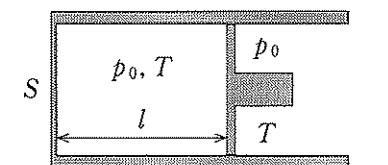


図1

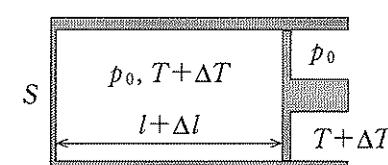


図2

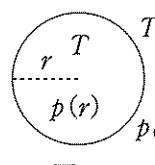


図3

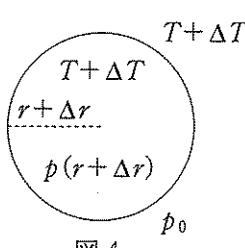


図4

