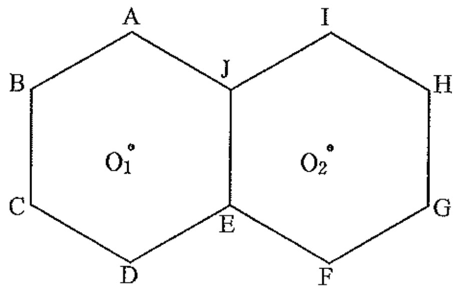
$\boxed{1}$　2つの正六角形ABCDEJとIJEFGHはともに1辺の長さが1で，左の図のように，辺JEを共有している。また，正六角形ABCDEJに外接する円の中心をO_1，正六角形IJEFGHに外接する円の中心をO_2とする。大，中，小3個のさいころを同時に投げるとき，それぞれの出る目に対して点P，Q，Rは右の表に示した頂点におかれるものとする。例えば，大の目が2，中の目が3，小の目が5のときは，P，Q，RはそれぞれB，E，O_1におかれる。

（1）P，Qが同じ点におかれる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

（2）線分PQの長さが1になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

（3）線分PQの長さが最大になるとき，その最大値は $\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}$ であり，このときの確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

（4）△PQRが存在しない確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。



点＼大の目	1	2	3	4	5	6
P	A	B	C	D	E	J

点＼中の目	1	2	3	4	5	6
Q	I	J	E	F	G	H

点＼小の目	1	2	3	4	5	6
R	O_1	O_2	O_1	O_2	O_1	O_2

$\boxed{2}$　kは定数で$k \neq 0$とする。$a_1 = 1$, $a_{n+1} = \dfrac{2na_n + 1}{k(n+1)}$ で定義される数列$\{a_n\}$を考える。$b_n = na_n$とおくと，$b_1 = \boxed{\text{ス}}$ であり，$b_{n+1} = \dfrac{\boxed{\text{セ}}}{k}b_n + \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{k}$ である。

（1）$k = \boxed{\text{セ}}$ のとき，数列$\{b_n\}$は等差数列となり，$a_n = \dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} + \dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}\,n}$ となる。

（2）$k \neq \boxed{\text{セ}}$ のとき，$b_n = \dfrac{k - \boxed{\text{ト}}}{k - \boxed{\text{ナ}}}\left(\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{k}\right)^{n-1} + \dfrac{1}{k - \boxed{\text{ヌ}}}$ となる。

（3）b_nがnの値によらず一定となるのは，$k = \boxed{\text{ネ}}$ のときである。

（4）$k = 1$のとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n} = \boxed{\text{ノ}}$ となる。

3　a, b を正の定数とする。楕円 $C : \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ の焦点が $\mathrm{F}(2, 0)$, $\mathrm{F'}(-2, 0)$ で長軸の長さが $2\sqrt{5}$ であるとき，$a = \sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$, $b = \boxed{\text{ヒ}}$ である。C について，傾きが $-\dfrac{1}{2}$ である接線は2本あり，その方程式は $x + \boxed{\text{フ}}y + \boxed{\text{ヘ}} = 0$ と $x + \boxed{\text{フ}}y - \boxed{\text{ヘ}} = 0$ である。点Fと点 $\mathrm{B}(0, b)$ に対して $\triangle\mathrm{FBP}$ の面積が最大になるような C 上の点Pを考える。Pの座標は $\left(-\dfrac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}, -\dfrac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}\right)$ であり，面積の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}$ である。原点をOとし，$\triangle\mathrm{OFP}$，$\triangle\mathrm{OPB}$，$\triangle\mathrm{OBF}$ の面積をそれぞれ S_1, S_2, S_3 とする。これらの面積を簡単な整数比で表すと $S_1 : S_2 : S_3 = \boxed{\text{ヤ}} : \boxed{\text{ユ}} : \boxed{\text{ヨ}}$ である。

4　曲線 $y = x\sqrt{x^2 - 1}$　$(x \geqq 1)$ ……① を考える。

（1）①と x 軸，および直線 $x = 3$ で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ラリ}}\sqrt{\boxed{\text{ル}}}}{\boxed{\text{レ}}}$ である。

（2）①の変曲点の座標は $\left(\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ロ}}}}{\boxed{\text{ワ}}}, \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ヲ}}}}{\boxed{\text{あ}}}\right)$ である。

（3）①と直線 $y = x$ の交点をAとする。Aにおける①上の接線の方程式は

$y = \boxed{\text{い}}x - \boxed{\text{う}}\sqrt{\boxed{\text{え}}}$ ……② である。

（4）①，②より y を消去すると

$$\left(x - \sqrt{\boxed{\text{お}}}\right)^2\left(x^2 + \boxed{\text{か}}\sqrt{\boxed{\text{き}}}x - \boxed{\text{く}}\right) = 0$$

と変形されるから，①と②の共有点のうちAと異なる点の x 座標は

$\sqrt{\boxed{\text{け}}} - \sqrt{\boxed{\text{こ}}}$ である。