数　　学 （全1の1）

次の $\boxed{}$ に適切な解を入れよ。複数の解がある場合は，コンマで区切ってすべての解を記入すること。

1. x，y を1以上の整数とする。

(1) $xy = 12$ を満たす x，y の組み合わせをすべて求めると $(x,\ y) =$ $\boxed{\text{①}}$ となる。

(2) $xy + 2x - y - 14 = 0$ を満たす x，y の組み合わせをすべて求めると $(x,\ y) =$ $\boxed{\text{②}}$ となる。

(3) $\dfrac{4}{x} - \dfrac{5}{y} + 1 = 0$ を満たす x，y の組み合わせをすべて求めると $(x,\ y) =$ $\boxed{\text{③}}$ となる。

2. $0 \leqq x \leqq \pi$ のとき，$f(x) = \displaystyle\int_x^{2x} \sin 2t\, dt$ は $x =$ $\boxed{\text{④}}$ で最小値 $\boxed{\text{⑤}}$ をとる。また，最大値は $\boxed{\text{⑥}}$ である。

3. $a_n = n^2 - n + 1$ で定められる数列 $\{a_n\}$ があり，$b_k = a_{3k-1}$ と定められる数列を $\{b_k\}$ とする。ただし，n と k は1以上の整数とする。

b_k が3桁の整数であるとき，k の最小値を ℓ，最大値を m とすると $\ell =$ $\boxed{\text{⑦}}$ であり，$m =$ $\boxed{\text{⑧}}$ である。このとき，$\displaystyle\sum_{k=\ell}^{m} b_k =$ $\boxed{\text{⑨}}$ となる。

4. xy 座標平面上の4つの点が $(x_n,\ y_n) = \left(\cos\left(\theta + \dfrac{n\pi}{2}\right),\ c + \sin\left(\theta + \dfrac{n\pi}{2}\right)\right)$，$(n = 0,\ 1,\ 2,\ 3)$ で与えられるとき，これら4つの点を順に結んでできる正方形を考える。ただし，c は実数，$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{4}$ とする。

(1) この正方形の1辺の長さは $\boxed{\text{⑩}}$ である。

(2) どのような $\theta \left(0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{4}\right)$ の値に対しても，この正方形が x 軸と共有点をもつ c の範囲は $\boxed{\text{⑪}}$ である。

(3) $c = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ のとき，この正方形が x 軸と共有点をもつ θ の範囲は $\boxed{\text{⑫}}$ である。

5. 毎回，同じ確率でA，B，C，Dのいずれかの記号が出るクジがある。

(1) 4回引いて，4種類がすべて出る確率は $\boxed{\text{⑬}}$ である。

(2) 5回引いて，いずれか2種類のみが出る確率は $\boxed{\text{⑭}}$ である。

(3) 5回目に初めて4種類がすべて出る確率は $\boxed{\text{⑮}}$ である。

6. 次の計算をしなさい。

(1) $x > 0$ のとき，$\dfrac{d}{dx}(x^{\cos x}) =$ $\boxed{\text{⑯}}$

(2) 不定積分 $\displaystyle\int \frac{4}{x^7 (x^{-6} + 1)^{\frac{1}{3}}}\, dx =$ $\boxed{\text{⑰}}$