

平成 29 年度医学科入学試験問題

物 理

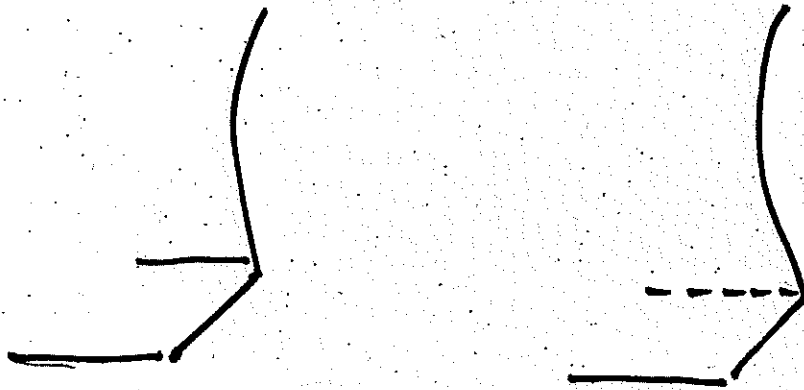
(注意事項)

- 1 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけない。
- 2 解答用紙に受験番号と氏名を必ず記入すること。
- 3 この問題冊子の本文は、9 ページからなっている。落丁、乱丁及び印刷不鮮明な箇所などがあれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
- 4 この問題冊子の白紙と余白は、適宜下書きに使用してもよい。
- 5 解答は、すべて別紙「解答用紙」の指定された場所に記入すること。
- 6 特に指示がなければ、解答欄に解答の導出過程も簡潔に記すこと。
- 7 この問題冊子は持ち帰ること。

問題訂正・補足説明

試験科目 物理

ページ から 行目
4ページ 図2-1 および
5ページ 図2-2 の 左下部
(誤) (正)



(実線 → 点線)

- 1 図1-1のように、水平面に対して角度 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)をなすなめらかな斜面があり、その上に質量 M の板Aを置く。斜面に沿って下向きを x 軸の正の向きとし、すべての運動は紙面内でのみ行われ、斜面から板の面は離れないものとする。重力加速度の大きさを g とし、空気抵抗は無視できるものとして以下の問いに答えよ。

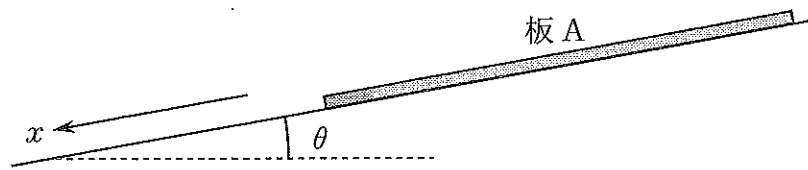


図1-1

- 問1 図1-2のように板Aの上に質量 m_B のラジコンカーB(以下では車Bと呼ぶ)を置く。時刻 $t=0$ で、板Aを静かにはなすと同時に車Bが板Aの上をすべることなく初速度0の等加速度運動を行ったところ、板Aは動き出すことなく斜面上の元の位置で静止したままであった。このとき、車Bの加速度の x 成分 a を求めよ。さらに、車Bが板Aの上を距離 L だけ移動した瞬間の車Bの速さ v_L を求めよ。ただし、板Aは斜面方向に十分に長く車Bが板Aから落下することはないものとする。

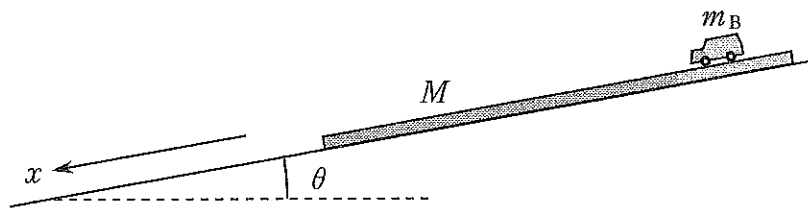


図1-2

- 問2 問1において、車Bが距離 L だけ移動した間に車Bと板Aが受けたそれぞれの力積の和の x 成分を m_B, M, g, L, θ の中から必要なものを用いて表せ。

問 3 問 1 において、時刻 $t = 0$ における車 B の力学的エネルギー E_0 と距離 L だけ移動した瞬間における車 B の力学的エネルギー E_L との差 $\Delta E = E_L - E_0$ を求めよ。差 ΔE は距離 L だけ移動した間に車 B がされた仕事に等しい。これは何によるどのような力が車 B にした仕事を答え、その力の x 成分を求めよ。

問 4 問 1 において、質量が m_B や M に比べて十分小さい小球が、時刻 $t = 0$ に車 B から水平方向に速さ $v (> 0)$ で発射される場合を考える。小球が板 A の上の点 P に着地すると同時に車 B が点 P に到達するとき、 $\sin \theta$ を m_B , M , g , v の中から必要なものを用いて表せ。ただし、車 B の大きさは無視できるものとする。

問 5 次に、図 1-3 のように、板 A の上に鉛直方向に棒を取り付け、その棒に大きさの無視できる質量 m のおもりを長さ l の糸でつるす。棒および糸の質量は無視できるものとする。まず、板 A を静止させておき、図 1-3 のように、糸がたるまないように糸と鉛直方向のなす角度が ϕ_0 ($\theta < \phi_0 < \frac{\pi}{2}$) となる位置までおもりを持ち上げた。時刻 $t = 0$ で静かに板 A とおもりを同時にはなしたところ、おもりが振れ始め、板 A が斜面の上方へすべり始めた。このとき、おもりの質量 m が満たすべき条件を求めよ。

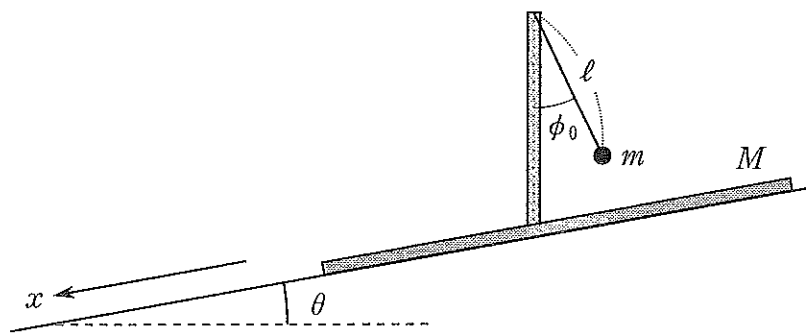


図 1-3

問 6 問 5 において、おもりと板 A の重心 G とともに動く観測者から見たおもりの運動を考える。 $\phi_0 - \theta$ が十分に小さいとき、おもりは単振動し、時刻 $t (\geq 0)$ でのおもりの速度の x 成分 $v(t)$ は $v(t) = v_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ と表せる。このとき v_0 および周期 T を求めよ。なお、必要であれば δ が十分に小さいときに成り立つ式、 $\sin \delta \doteq \delta$ 、 $\cos \delta \doteq 1 - \frac{1}{2}\delta^2$ を用いよ。

問 7 問 5 において、静止した観測者から見た時刻 $t (\geq 0)$ でのおもりと板 A の運動量の和の x 成分を $P(t)$ とする。このとき、以下の空欄 と に入る適切な数式を m , M , g , θ , t および問 6 の v_0 , T の中から必要なものを用いて表せ。なお、解答欄には解答のみを記せ。

$\phi_0 - \theta$ が十分に小さいとき、短い時間 Δt に対して、時刻 t と $t + \Delta t$ での運動量の和の x 成分の差 $\Delta P(t) = P(t + \Delta t) - P(t)$ は $\Delta P(t) =$ $\times \Delta t$ となる。さらに、時刻 $t = 0$ での運動量の和がゼロであることから $P(t) =$ $\times t$ となることがわかる。これを用いて時刻 $t (\geq 0)$ における斜面に対する板 A の速度の x 成分 $V(t)$ を求めると $V(t) =$ となる。

2 図2-1のように、端子 a_1 と b_1 の間に抵抗値 R の抵抗 R_1 が接続された面積 S の長形状の1巻きコイル XYZ_1W_1 が、磁束密度 B の一様な磁場中にある。磁場に垂直な軸 XY を回転軸として、 X から Y を見て反時計回りに一定の角速度 ω で1巻きコイルを回転させる。時刻 $t = 0$ のとき、図2-1のようにコイル面が磁場に垂直であるとする。 $X \rightarrow Y \rightarrow Z_1 \rightarrow W_1$ の向きを電流の正の向きとし、1巻きコイルの自己インダクタンスおよび導線の抵抗は無視できるものとする。また、抵抗 R_1 はコイルの面積に影響しないものとする。以下の問いに答えよ。なお、必要であれば下記の式を用いよ。

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta, \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

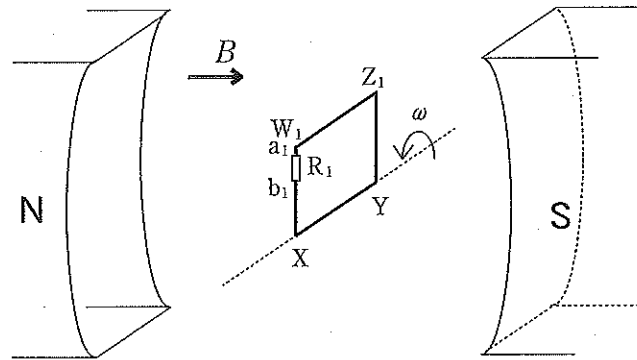


図2-1

- 問 1 (1) 時刻 t での1巻きコイルを貫く磁束 $\Phi(t)$ を求めよ。
- (2) 時刻 t と $t + \Delta t$ での1巻きコイルを貫く磁束をそれぞれ $\Phi(t)$, $\Phi(t + \Delta t)$ とする。それらの差 $\Delta\Phi(t) = \Phi(t + \Delta t) - \Phi(t)$ を求めよ。ただし、 Δt は十分に小さいものとする。また、 δ が十分に小さいとき、 $\sin \delta \doteq \delta$, $\cos \delta \doteq 1$ となることを用いよ。
- (3) 時刻 t での1巻きコイルに発生する誘導起電力 $V(t)$ を求めよ。

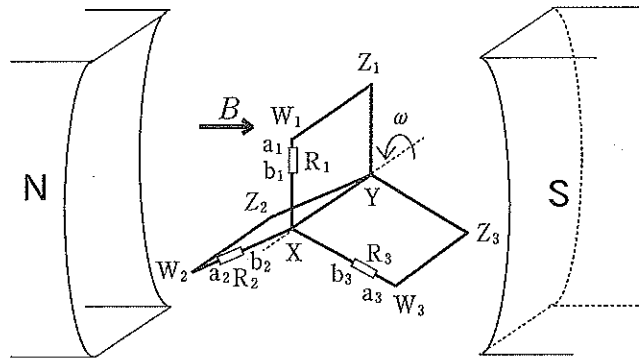


図 2-2

問 2 図 2-2 のように、図 2-1 と同じコイルを互いに角度 $\frac{2}{3}\pi$ をなすように
 辺 XY を共通にして 3 個取り付けてコイルを組み上げる。組み上げたコイル
 のそれぞれの a 端子 ($a_1 \sim a_3$) と b 端子 ($b_1 \sim b_3$) の間に接続された抵抗 $R_1 \sim$
 R_3 の抵抗値は R に等しい。組み上げたコイルを同様に角速度 ω で回転させ
 る。時刻 t での各コイル XYZ_iW_i ($i = 1, 2, 3$) に発生する誘導起電力を
 $V_i(t)$ とする。このとき、次の文中の空欄 (1) ~ (4) に入る適
 切な数式または数値を答えよ。また、空欄 (図 1) と (図 2) は解答用
 紙の所定の欄に図を描き、空欄 (a) ~ (d) は問 2 の設問文の最
 後にある選択肢より適切なものを選び記号で答えよ。なお、解答欄には解答
 のみを記せ。

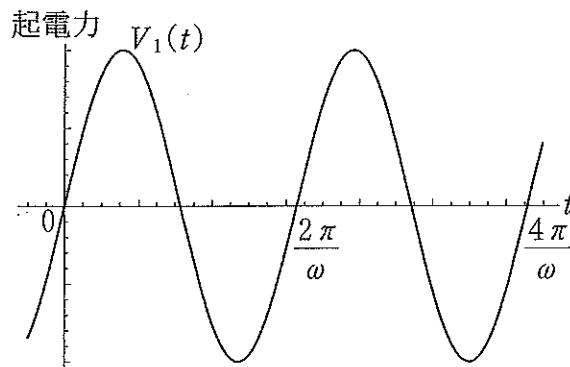


図 2-3

図2-3は起電力 $V_1(t)$ の時間変化を示したものである。起電力 $V_2(t)$ と $V_3(t)$ の時間変化をそれぞれ実線と点線で描くと (図1) となる。時刻 $t = 0$ において、各起電力と抵抗 $R_1 \sim R_3$ を流れる各電流は次のようになる。

起電力 $V_1(0) =$ (1) , 抵抗 R_1 間を流れる電流は (a) 。

起電力 $V_2(0) =$ (2) , 抵抗 R_2 間を流れる電流は (b) 。

起電力 $V_3(0) =$ (3) , 抵抗 R_3 間を流れる電流は (c) 。

時間が経過すれば、それらの起電力や電流は変化する。時刻 t での起電力の合計 $V_1(t) + V_2(t) + V_3(t)$ は (4) である。また、 $V_1(t)$ 、 $V_2(t)$ 、 $V_3(t)$ が同時にゼロになる瞬間は (d) 。さらに、3つの抵抗 $R_1 \sim R_3$ が消費する電力の合計 $P_T(t)$ の時間変化を実線で描くと (図2) となる。

空欄 (a) から (c) の選択肢：

{(ア) a側からb側に流れる (イ) b側からa側に流れる (ウ) 流れない}

空欄 (d) の選択肢：

{(エ) 存在する (オ) 存在しない}

- 問3 (1) 図2-1において、1巻きコイルを一定の角速度 ω で回転させているとき、時刻 t でのコイルを流れる電流による回転軸まわりの力のモーメントの大きさを求めよ。
- (2) 図2-2において、組み上げたコイルを一定の角速度 ω で回転させているとき、時刻 t でのコイルを流れる電流による回転軸まわりの力のモーメントの大きさを求めよ。

- 3 以下の[1]～[4]の文中にある空欄 (1) ～ (18) に入る適切な数式を答えよ。ただし、空欄 (14) と (16) は適切な整数べきの値を答えよ。また、空欄 (a) ～ (c) に入る適切な単位を記号で答えよ。なお、解答欄には解答のみを記せ。

[1] 音源 S から音波の検出器 D への向きを正として、一直線上を音源 S と検出器 D がそれぞれ一定の速度 v_s , v_D で動いているものとする。音の速さ(音速)を V とし、無風状態であるものとする。音速は音源 S や検出器 D が動く速さに比べて十分に速く、また、検出器 D は音源 S より常に正方向に位置するものとする。音源 S が一定の振動数 f の音波を出しているとき、検出器 D で検出される音波の振動数 f' は $f' =$ (1) である。これは静止している観測者 O から見た説明である。これを音速に比べて十分に遅い一定の速度 v_A で同一直線上を移動している別の観測者 A から見る。観測者 A からは音源 S の速度は (2) となる。これと上で求めた (1) を用いて観測者 A から見た検出器 D が検出する音波の振動数を求める。それには (1) の式にある v_s , v_D , V , f を、 v_s は (2) に、その他はそれぞれ $\{v_D, V, f\} \rightarrow \{$ (3) , (4) , (5) $\}$ に置き換えればよい。

次に、同じ状況のもとで検出器 D を反射板 R に取り替え、音源 S にはその反射板 R での反射音を検出する検出器も備わっているものとする。静止している観測者 O から見て、音源 S はこれまでと同様に一定の振動数 f の音波を出し、音源 S と反射板 R はそれぞれ一定の速度 v_s , v_R で動いているものとする。また、反射板 R は常に音源 S より正方向に位置しているものとする。このとき、一定の速度 v_A で移動している観測者 A から見ると、音源 S に備わった検出器で検出される反射板 R での反射音の振動数 f'' は $f'' =$ (6) となる。

[2] 放射能をもつ原子核 X の半減期を T とする。原子核 X の数が時刻 $t = 0$ で N_0 であったとき、時刻 t での数 $N(t)$ は $N(t) = \boxed{(7)}$ となる。これを次のように考える。まず、原子核 X は一定の確率で崩壊する。そこで原子核 X の数が N_1 であるとき、短い時間 Δt での変化量 $\Delta N (< 0)$ は N_1 にも Δt にも比例するとみなし、その比例係数 (N_1 , Δt によらない定数) を $k (> 0)$ とすると、 $\Delta N = \boxed{(8)}$ となる (符号に注意)。これを踏まえて、時刻 $t = 0$ で N_0 ある原子核 X の時刻 t での数 $N(t)$ を求める。すなわち、 t を L 等分 (L は大きな数) して、 $\Delta t = \frac{t}{L}$ 経過ごとの原子核 X の数 $N(\Delta t)$, $N(2\Delta t)$, $N(3\Delta t)$, \dots , を順次考えて時刻 $L\Delta t (= t)$ での数 $N(L\Delta t)$ を求める。その $N(L\Delta t)$ は、分割数 L を大きくしていくと t の関数 $\boxed{(9)}$ に近づく。その関数が $\boxed{(7)}$ であることより k と T の関係式 $k = \boxed{(10)}$ が求まる。なお、任意の実数 a について、 $\lim_{L \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{L}\right)^L = e^a$ (e は自然対数の底) が成り立つ。

[3] 図 3-1 のように、 xy 平面上の散乱として X 線と電子のコンプトン効果を考える。 x 軸の正方向へ進む入射 X 線の波長を λ とする。入射 X 線は静止している電子との散乱により角度 θ 方向への波長 λ' の X 線となり、一方、電子は大きさ p の運動量を得て角度 ϕ 方向へはね飛ばされるものとする。このとき、 x 軸方向の運動量保存の法則の式は $\boxed{(11)}$, y 軸方向の運動量保存の法則の式は $\boxed{(12)}$ となる。さらに、エネルギー保存の法則も用いると、波長の差 $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ は、プランク定数 h , 電子の質量 m_e , 光の速さ (光速) c および角度 θ を用いて $\Delta\lambda = \boxed{(13)}$ となる。なお、必要ならば、 $\Delta\lambda$ は λ に比べて十分に小さく、 a を任意の実数、 ε を絶対値が 1 に比べて十分に小さい実数とすると、 $(1 + \varepsilon)^a \approx 1 + a\varepsilon$ と近似できることを用いてもよい。次に、 $h = 6.63 \times 10^{-34} \boxed{(a)}$, $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $c = 3.0 \times 10 \boxed{(14)}$ m/s を用いて、入射 X 線の波長 $\lambda = 6.0 \times 10^{-11} \text{ m}$, $\theta = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ のときの $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ の値を求めると、 $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \boxed{(15)}$ となる。

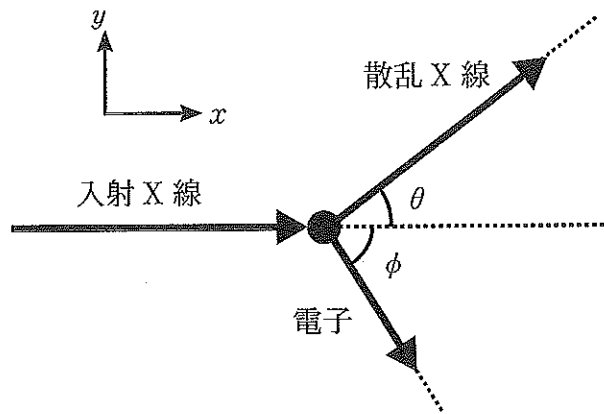


図 3-1

- [4] ボーアの理論によると、水素原子の定常状態での電子のエネルギー準位は量子数 n で区別され、 $E_n = -\frac{13.6}{n^2} \text{eV}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)となる。なお、 $1 \text{eV} = 1.60 \times 10^{\text{(16)}}$ (b) である。水素原子の線スペクトルは、電子がエネルギー準位間を遷移することで放出される光のスペクトルである。可視光の波長領域を $380 \sim 770 \text{nm}$ とすると、可視光領域の線スペクトルは、より高いエネルギー準位から量子数 $n = \text{(17)}$ のエネルギー準位 $E_{\text{(17)}}$ への遷移によるものと考えることができる。エネルギー準位 E_n は、リュードベリ定数 R 、光速 c 、プランク定数 h を用いて $E_n = -\text{(18)} \frac{1}{n^2}$ と表すことができ、 $R = 1.10 \times 10^7 \text{(c)}$ である。