平成 29 年度・入学試験問題

# 数　　学（医）

## 注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。
3. 答案は解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 解答用紙の裏面には何も書いてはいけません。
5. 試験終了後，問題冊子および下書用紙は持ち帰りなさい。

すべての問題について，求める手順

**1.** 線分 OA, 線分 OB, 線分 AB の長さがそれぞれ $\sqrt{5}$, $\sqrt{8}$, 3 である四面体 OABC に対して, 辺 AB を $s : 1-s$ に内分する点を P, 辺 OC を $t : 1-t$ に内分する点を Q とする ($0 < s < 1$, $0 < t < 1$)。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とおく。内積 $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \vec{c} = 0$, $\angle\mathrm{AOC}$ が $\frac{\pi}{3}$ であるとき, 次の問いに答えよ。ただし, $\angle\mathrm{OCP}$ は鋭角であるとしてよい。

(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ と $s, t$ で表せ。

(2) 線分 PQ の長さが最小になるとき, $t = \frac{1}{2}$ であるとする。このとき線分 OC の長さを求めよ。

(3) (2) の状況のもとで $s$ を求め, 三角形 OPC の面積を求めよ。

**2.** 袋の中に何枚かの金貨と, 何枚かの銀貨が入っており, これを金貨, 銀貨の別を確認することなく, 1 枚ずつ取り出して, 順に 1 列に並べていく。袋の中の硬貨をすべて取り出して並べ終えたとき, 列の中には, 金貨と銀貨いずれかのみ 1 枚以上からなる部分的な列ができている。これを「連（れん）」とよぶ。例えば,

金, 金, 金, 銀, 銀, 金, 金, 銀, 金

の列には,

(金, 金, 金), (銀, 銀), (金, 金), (銀), (金)

のように, 5 個の連がある。次の問いに答えよ。ただし, $0! = 1$ とする。

(1) 金貨が 6 枚, 銀貨が 3 枚のとき, 連の個数が 5 である確率を求めよ。

(2) 金貨と銀貨が $n$ 枚ずつ ($n \geqq 2$) のとき, 連の個数が偶数 $k$ ($2 \leqq k \leqq 2n$) である確率を $n$ と $k$ の式で表せ。

(3) 金貨と銀貨が $n$ 枚ずつ ($n \geqq 2$) のとき, 連の個数が奇数 $\ell$ ($3 \leqq \ell \leqq 2n-1$) である確率を $n$ と $\ell$ の式で表せ。

**3.** $x > 0$ の範囲において, $f(x) = \dfrac{\log x^2}{x^2}$, $g(x) = kx^2$ $(k > 0)$ とおく。
2つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ が共有点を持ち, その共有点におけるそれぞれの接線が一致するとき, 共有点の $x$ 座標を $p$ とする。次の問いに答えよ。ただし, 対数は自然対数とする。
なお, $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{\log x^2}{x^2} = 0$ であることを証明なしで用いてよい。

(1) 曲線 $y = f(x)$ の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べて, そのグラフをかけ。

(2) $p$ の値を求めよ。

(3) 直線 $x = 1$ と2つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積 $S$ を求めよ。

**4.** 自然数 $n$ に対し, $a_n = 2^{n-1} \cos \dfrac{(n-1)\pi}{3}$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ を考える。
また, $\{a_n\}$ の初項 $a_1$ から第 $n$ 項 $a_n$ までの和を $S_n$ で表す。次の問いに答えよ。

(1) $S_{50}$ を求めよ。

(2) $|S_n| \geqq 10^{50}$ となる最小の $n$ の値を求めよ。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。