前期日程

平成 29 年度入学試験問題

数　学

注　意　事　項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので，解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また，解答用紙は問題ごとに別になっているので，注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって，志望学部学科の問題を解答すること。

学部	学科	解答する問題
経法学部	全学科	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の4問
理学部	数学科	$\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ の6問
医学部	医学科	$\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ の5問
	保健学科	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の4問
工学部	全学科	$\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ の4問

1 nを自然数とする。2つの変量x, yのデータが$2n$個のx, yの値の組として，次のように与えられているとする。

$$(x_1,\ y_1),\ (x_2,\ y_2),\ \cdots\cdots,\ (x_{2n},\ y_{2n})$$

変量x, yの値は，それぞれ関係式

$$x_k = k, \quad y_k = \frac{1}{2k-1-2n} \quad (k = 1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ 2n)$$

に従っている。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) $n=2$, 3のとき，変量yの標準偏差s_yをそれぞれ求めよ。ただし，答えは分母を有理化して与えること。

(2) 変量x, yの平均値$\overline{x}$, $\overline{y}$を求めよ。

(3) xとyの共分散s_{xy}を求めよ。

$\boxed{2}$ 1から10までの自然数が1つずつ書かれているカードが10枚あるとする。ただし，同じ数が書かれたカードはないものとする。この中から2枚のカードを同時に引き，小さい方の数を p，大きい方の数を q とする。座標平面上の3点 $(p,\ 0)$，$(q,\ 0)$，$(0,\ 2pq)$ を通る2次関数のグラフを C とするとき，以下の問いに答えよ。

(1) C の頂点の x 座標が整数になる確率を求めよ。

(2) C と x 軸とで囲まれた領域の面積が整数になる確率を求めよ。

(3) 原点Oから C に引いた2本の接線の傾きがともに整数になる確率を求めよ。

$\boxed{3}$ 座標平面上の点 O(0, 0)，A(a_1, a_2)，B(b_1, b_2)，C(b_2, $-b_1$) を考える。さらに，$0 \leqq \theta_1 \leqq \pi$，$0 \leqq \theta_2 \leqq \pi$ に対し，

$$\mathrm{D}(a_1\cos\theta_1 - a_2\sin\theta_1,\ a_1\sin\theta_1 + a_2\cos\theta_1)$$
$$\mathrm{E}(b_1\cos\theta_2 - b_2\sin\theta_2,\ b_1\sin\theta_2 + b_2\cos\theta_2)$$

とおく。

(1) $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = |\overrightarrow{\mathrm{OD}}|$ を示せ。

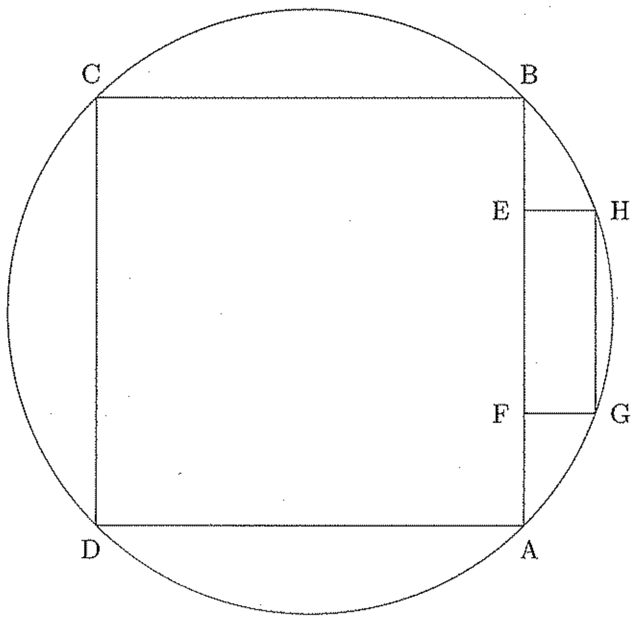
(2) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}} = 0$ かつ $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}} = 2\overrightarrow{\mathrm{OD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OE}} \neq 0$ であるとする。$\theta_1 = \dfrac{\pi}{7}$ であるとき，θ_2 を求めよ。

(3) △OAB の外接円の半径を r_1 とし，△ODE の外接円の半径を r_2 とする。また，△OAB の面積を S とする。AB : DE = 2 : 3 であるとき，△ODE の面積を，S，r_1，r_2 で表せ。

4 半径が $\sqrt{2}$ の円に正方形 ABCD が内接している。辺 AB 上の異なる 2 点 E, F と，短い方の弧 AB 上の異なる 2 点 G，H を，四角形 EFGH が長方形となるようにとる。

(1) 長方形 EFGH が正方形のとき，その 1 辺の長さを求めよ。

(2) 長方形 EFGH の面積が最大になるときの辺 FG の長さを求めよ。



$\boxed{5}$ $f(x)=2xe^{-x^2}$ とする。$a>0$ に対し，曲線 $y=f(x)$ と直線 $x=a$ および x 軸で囲まれた領域の面積を $S(a)$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y=f(x)$ が最大値をとる x の値 p を求めよ。

(2) 極限 $k=\lim_{a\to\infty} S(a)$ の値を求めよ。

(3) (1) で求めた p に対し，$b>p$ が成り立つとする。点 $(b,\ f(b))$ における曲線 $y=f(x)$ の接線と，直線 $x=b$ および x 軸で囲まれた領域の面積を $T(b)$ とする。(2) で求めた k に対し，$S(b)+T(b)=k$ となるように，b の値を定めよ。

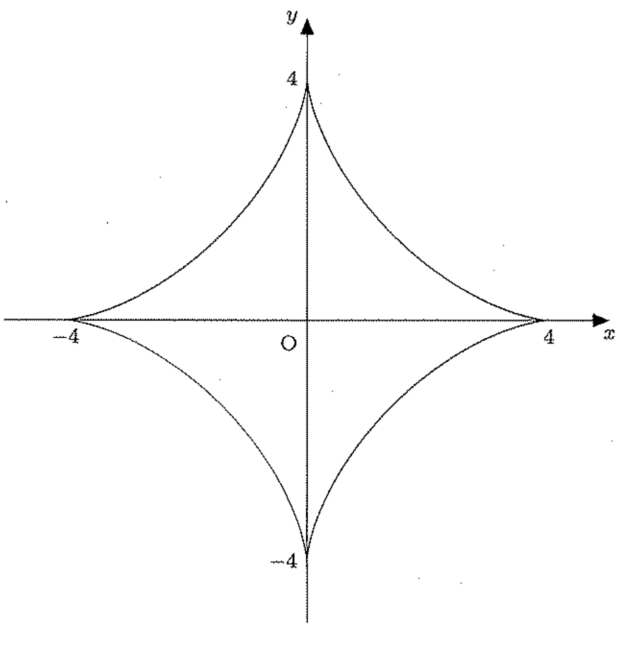
$\boxed{6}$ $0 \leqq t \leqq 2\pi$ において，媒介変数 t で表された曲線

$$\begin{cases} x = 3\cos t + \cos 3t \\ y = 3\sin t - \sin 3t \end{cases}$$

を C とする。

(1) C の長さを求めよ。

(2) C で囲まれた領域の面積を求めよ。



7 数列 $\{a_n\}$ を条件

$$a_1 = -1, \quad a_2 = 3, \quad a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n \ (n = 1,\ 2,\ \cdots\cdots)$$

によって定める。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) $a_{n+2} - pa_{n+1} = q(a_{n+1} - pa_n)$ がすべての n に対して成り立つような p，q を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) r を正の実数とし，数列 $\{b_n\}$ を条件

$$b_1 = r\frac{1}{a_1}, \quad \frac{b_{n+1}}{b_n} = r\frac{a_n}{a_{n+1}}$$

によって定める。このとき，極限 $\lim\limits_{n\to\infty} b_n$ を求めよ。