# 数　学

平成29年度

1) $a > 0$に対して$f(x) = 4ax - x^2$, $g(x) = \frac{a^2}{3}x^2$とする．座標平面において，$f(x)$と$g(x)$で囲まれる領域の面積を$h(a)$とおく．

(1) $f(x)$と$g(x)$のグラフの交点の $x$ 座標 $p_1$, $p_2$ ($p_1 < p_2$) を求めよ．

(2) $h(a)$を最大にする $a$ の値とそのときの領域の面積の値を求めよ．

| 解答欄 | (1) $p_1 =$ 　　　　　$p_2 =$ | (2) $a =$ 　　　　　$h(a) =$ |
|---|---|---|

2) 実数を係数とする3次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + a^2 = 0$ の解が $\alpha, \alpha + \beta i, \alpha - \beta i$ ($i$は虚数単位，$\alpha, \beta$は0以外の実数)と表されるとする．

(1) 方程式の係数 $a$, $b$, $a^2$ を$\alpha, \beta$を用いて表せ．

(2) $ab$平面に条件を満たす点$(a, b)$の描く曲線を図示せよ．

| 解答欄 | (1) $a =$<br>$b =$<br>$a^2 =$ | (2) |
|---|---|---|

3) $\frac{n^2}{m}+\frac{m}{n}=8$ を満たす自然数の組 $(m,n)$ をすべて求めよ.

| 解答欄 | $(m,n)=$ |
|---|---|

4) 複素数平面上を動く点Pを考える. $z_0$を最初の位置として, Pは次の規則に従って複素数平面上を動くとする.

(I) コインを投げて表なら $|z_0|$ をかける.　(II) コインを投げて裏なら $\frac{z_0}{|z_0|}$ をかける.

コインを$n$回投げたときの位置を$z_n$と表すとする. つまり, コインを 2 回投げたときに 2 回とも表なら $z_2=|z_0|^2z_0$, 表 1 回, 裏 1 回なら $z_2=|z_0|\frac{z_0}{|z_0|}z_0$, 2 回とも裏なら $z_2=\left(\frac{z_0}{|z_0|}\right)^2z_0$ となる. ただし, コインの表の出る確率と裏の出る確率は等しいとする. 以下, $i$ を虚数単位として $z_0=\frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$とするとき, 次の問に答えよ.

(1) 5 回コインを投げたときに複素数平面上原点からの距離が 4 以上となる確率, つまり $|z_5|\geqq 4$ となる確率を求めよ.

(2) 10 回コインを投げたときにその偏角が $\frac{5}{4}\pi$ と $\frac{3}{2}\pi$ の間になる確率, つまり $\frac{5}{4}\pi<\arg(z_{10})<\frac{3}{2}\pi$ となる確率を求めよ. ただし, $\arg(z)$は複素数 $z$ の偏角を表し, $0\leqq\arg(z)<2\pi$とする.

(3) 15 回コインを投げたとき, 原点からの距離が 15 以上で虚部が負となる確率, つまり$|z_{15}|\geqq 15$ かつ $\mathrm{Im}(z_{15})<0$ となる確率を求めよ. ただし, $\mathrm{Im}(z)$は複素数 $z$ の虚部を表す.

| 解答欄 | (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|---|