

平成30年度入学試験問題(前期)

数 学

注 意

1. 合図があるまで表紙をあけないこと。
2. 問題右頁とその裏は計算に使用する。
3. 受験票は机に出しておくこと。

# 数 学 ( 前 期 )

[1]  $f(x) = \frac{1}{27}x^3(x-5)^2$  とする。

- (1)  $y = f(x)$  のグラフの概形を、極値を調べて描け。ただし、変曲点は求めなくともよい。
- (2)  $y = f(x)$  と  $y = x$  の共有点はいくつあるか。

[2]  $a, b, c > 0$  とする。

- (1) 不等式  $8abc \leq (a+b)(b+c)(c+a)$  を示せ。
- (2)  $x = b+c-a, y = c+a-b, z = a+b-c$  とするとき、 $a, b, c$  をそれぞれ  $x, y, z$  で表せ。
- (3) 不等式  $(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b) \leq abc$  を示せ。

[3]  $\theta$  を  $0 < \theta < \pi$  を満たす実数とする。空間内の4点

$$A(1, 0, 0), B(-1, 0, 0), C(\cos \theta, \sin \theta, 1), D(-\cos \theta, -\sin \theta, 1)$$

を頂点とする四面体 ABCD を考える。

- (1) 四面体 ABCD を平面  $z = t$  ( $0 < t < 1$ ) で切った切り口は平行四辺形であることを示し、2つの対角線の長さを  $\theta$  と  $t$  を用いて表せ。
- (2) 四面体 ABCD を  $z$  軸の回りに回転させるとき、四面体が通過してできる立体の体積を  $\theta$  を用いて表せ。

[4]  $r$  を正の整数とする。親1人、子  $r$  人が次のようなゲームを行う。まず、子  $r$  人が一度ずつさいころを投げて、出た目 ( $1 \sim 6$ ) を記入した券を受け取る。次に、 $n \geq 6$  として1から  $n$  までの番号が1つずつ書かれた  $n$  枚の札を箱に入れ、親が1枚取り出して、その札の番号を  $k$  とする。 $k > 6$  なら当たりは無し、 $k \leq 6$  なら番号  $k$  の券を持っている子をすべて当たりとする。このとき次の確率はいくらか。

- (1)  $k > 6$  である。
- (2) 当たりがない。
- (3) 当たりが  $x$  人 ( $1 \leq x \leq r$ ) いる。

[5]  $\triangle ABC$  の内接円が辺 BC, CA, AB に接する点をそれぞれ  $A_1, B_1, C_1$  とする。また、各辺の長さを  $BC = a, CA = b, AB = c$  とし、 $\frac{a+b+c}{2} = s$  とする。

- (1) 長さ  $BA_1, CB_1, AC_1$  を  $a, b, c$  を用いて表せ。ただし  $s$  も用いてよい。
- (2)  $AA_1$  と  $BB_1$  の交点を R とするとき、 $\frac{AR}{RA_1}$  を  $a, b, c$  を用いて表せ。ただし  $s$  も用いてよい。
- (3) 線分  $AA_1, BB_1, CC_1$  は点 R で交わることを示せ。