

平成30年度入学試験問題

数 学

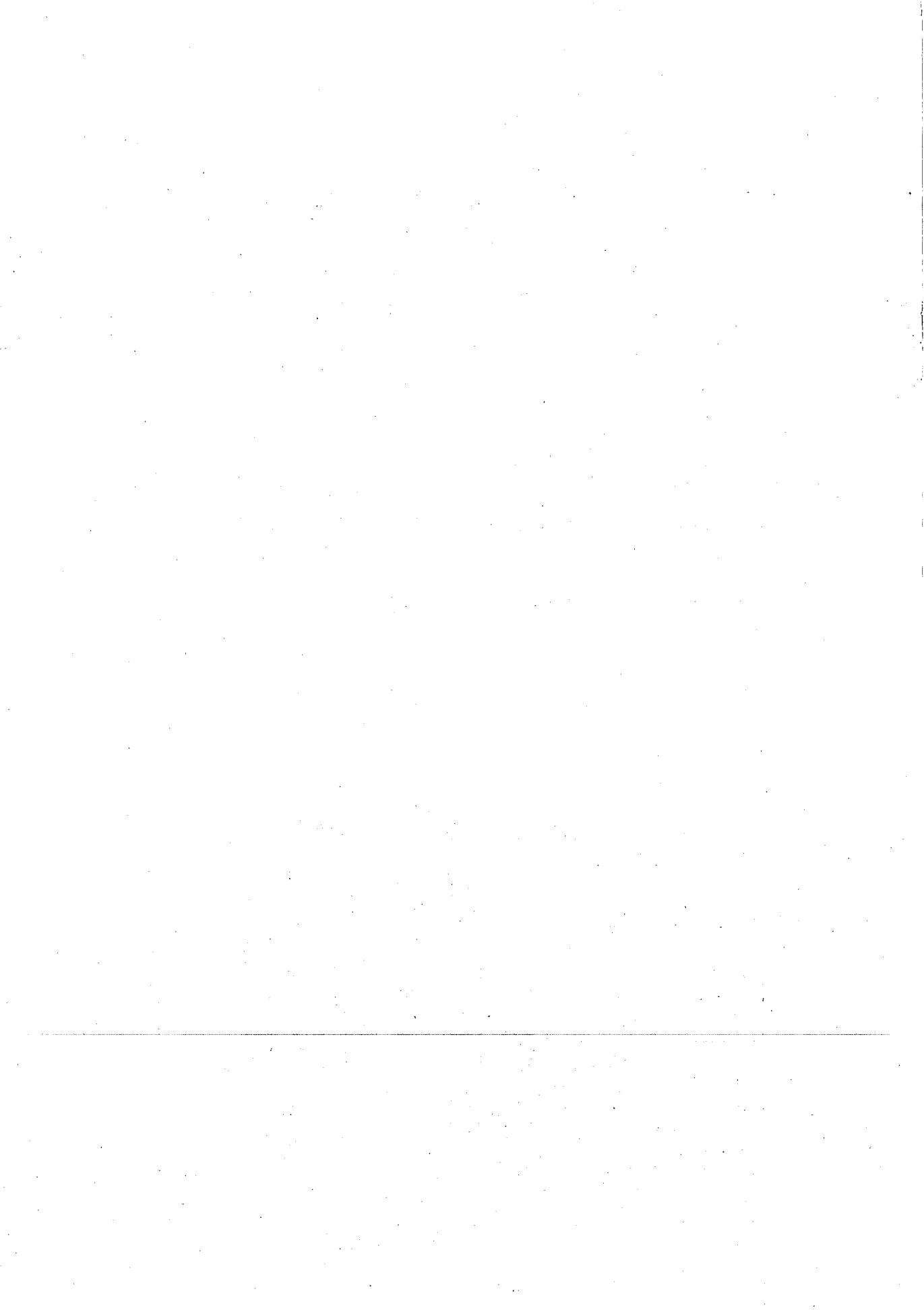
注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学部	学科	解 答 す る 問 題
経法学部	全学科	1, 2, 3, 4 の4問
理学部	数学科	2, 3, 4, 5, 6, 7 の6問
医学部	医学科	3, 4, 5, 6, 7 の5問
	保健学科	1, 2, 3, 4 の4問
工学部	全学科	2, 3, 4, 5 の4問





1

座標平面上の曲線 $C: y = x^2 + x + a$ が相異なる 2 点 A, B で x 軸と交わっているとす。また A, B における C の接線の交点を P とおくと、 $\angle APB = 120^\circ$ であるとする。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) $\triangle ABP$ の面積 S を求めよ。

2

1個のさいころを4回投げ、出た目の数を左から順番に並べてできる4桁の整数を n とする。

- (1) n が2の倍数になる確率を求めよ。
- (2) n が3の倍数になる確率を求めよ。
- (3) n が45の倍数になる確率を求めよ。

3

$0 < t < 3$ を満たす実数 t に対し、平面上の相異なる 4 点 O, A, B, C を次の条件 (a), (b) を満たすようにとる。

(a) \vec{OA} と \vec{OB} のなす角を θ とするとき、 $\tan \theta = \frac{1}{t+1}$

(b) $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = t - 3$, $\vec{OB} \cdot \vec{OC} = 0$

線分 OA を $t:1$ に内分する点を D とし、 $\triangle OCD$ の面積を $S(t)$ とする。 $S(t)$ の最大値を求めよ。

4数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{7a_n - 1}{4a_n + 3} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

を満たすとする。

- (1) $n = 1, 2, \dots$ に対し, $a_n > \frac{1}{2}$ であることを示せ。
- (2) $b_n = \frac{2}{2a_n - 1}$ ($n = 1, 2, \dots$) で定まる数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

5

a を実数とする。座標平面上の曲線 $C: y = e^x(x^2 + 2x)$ と直線 $l: y = a$ について、次の問いに答えよ。

- (1) C と l がちょうど 2 点を共有するような a が満たす条件を求めよ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x(x^2 + 2x) = 0$ を用いてよい。
- (2) (1) で求めた条件を満たす a に対し、 C と l で囲まれる領域と、不等式 $x \leq 0$ が表す領域との共通部分の面積を $S(a)$ とおく。 $S(a)$ の最大値と、そのときの a の値を求めよ。

6 θ が $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき、座標平面上の直線

$$y = (\sin \theta)x + \cos \theta$$

上の点 (x, y) について、不等式

$$-|x| \leq y \leq \sqrt{x^2 + 1}$$

が成り立つことを示せ。

7

M は有限個の複素数からなる集合で,

(a) $1 \in M, 0 \notin M$

(b) $z, w \in M$ ならば $zw \in M$

を満たすとする。 $\alpha \in M$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\alpha^n = 1$ となる自然数 n が存在することを示せ。

(2) m を $\alpha^m = 1$ を満たす自然数のうち最小のものとする。このとき,

$$\cos \frac{2\pi}{m} + i \sin \frac{2\pi}{m} \in M$$

であることを示せ。