

1) 実数を係数とする関数 $f(x) = -x^2 + ax + 1$, $g(x) = ax^3 + 2x^2 + ax - 3$ ($a < 0$) に対して, $y = f(x)$ と $y = g(x)$ が $b \neq c$ として $x = b$ で交点をもち, $x = c$ で接するとする.

① a, b, c を求めよ.

② $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれる領域の面積を求めよ.

解答欄	① $a =$ $b =$ $c =$	②
-----	---------------------	---

2) 中心が $(2,3)$ である半径 1 の円に対して, この円周上の動点を A とし, 点 $(-3,4)$ を B とする. このとき, O を原点としてベクトル \vec{OA} と \vec{OB} の内積が最大になるときの A の座標を求めよ.

解答欄	
-----	--

3) xy 平面上の原点を O とし, 点 A_0 を x 軸上にとる. このとき, OA_1 を斜辺とし $\angle OA_0A_1$ を直角とする直角三角形 OA_0A_1 を T_1 と表す. 原点 O と OA_2 を斜辺とし $\angle OA_1A_2$ を直角とする直角三角形 OA_1A_2 を T_2 と表す. このようにして OA_n を斜辺とし $\angle OA_{n-1}A_n$ を直角とする直角三角形 $OA_{n-1}A_n$ を T_n と表す. また, OA_0 の長さ a_0 と A_0A_1 の長さ a_1 と表す.

① T_i ($i = 1, 2, \dots, n$) がすべて相似のとき, T_1 から T_n までの面積の和 $f(n)$ を a_0, a_1 を用いて表せ.

② $a_0 = \frac{\sqrt{5}}{2}a_1$ とする. このとき, $f(m) \geq 100f(1)$ を満たす最小の自然数 m を求めよ. 必要なら次の値を用いても良い. $\log_{10}2 = 0.3010$, $\log_{10}3 = 0.4771$, $\log_{10}5 = 0.6990$.

解答欄	① $f(n) =$	② $m =$
-----	------------	---------

4) x の 2 次方程式 $nx^2 + 3x - 9 = 0$ が整数解をもつとき正の整数 n をすべて求めよ。

解答欄	$n =$
-----	-------