

〔「物理基礎・物理」「化学基礎・化学」「生物基礎・生物」〕

(時間：2出題科目で120分)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
「物理基礎・物理」	1～3	
「化学基礎・化学」	4～5	左の3出題科目のうちから、あらかじめ届け出た2出題科目について解答しなさい。
「生物基礎・生物」	6～8	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答は、すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 5 問題冊子の余白は計算等に用いて構いません。
- 6 試験終了後、解答用紙のみを回収します。

物理基礎・物理

[1] 図1のように、静止している水平な床の上に同じ材質でできた同じ形状で同じ大きさの2つの台A, Bがあり、長さ ℓ [m]、重さ W [N]の一様な棒Cを支えている。また、図2のように、AとBは互いに平行に、CはA, Bそれぞれに垂直に置かれている。さらに、CのA側の先端をL、B側の先端をR、Cに沿ってLからRへの向きをLR方向の正の向きとし、図1、図2のように、Aの位置をLからAとCの接している部分までの距離 a [m]で、Bの位置をRからBとCの接している部分までの距離 b [m]で表すこととする。

Aと床の間には摩擦はなく、Bは床に固定されているものとする。一方、台と棒の間には静止摩擦係数が μ 、動摩擦係数が μ' の摩擦力がはたらくものとし、AとCの間の摩擦力を大きさを F_A [N]、BとCの間の摩擦力を大きさを F_B [N]で表すこととする。

はじめ、図2において、Aは a_0 [m]に、Bは b_0 [m]にあり、AもCも静止していた(ただし、 a_0 は b_0 より小さく、 b_0 は $\frac{1}{2}\ell$ より小さい)。この状態から、Aが回転しないよう注意しながら、図3のようにAにLR方向の正の向きに力 \vec{f} [N]を加えた。 \vec{f} の大きさ f を0Nから少しづつ大きくしていくと、 f が f_0 [N]を超えたところで、AのみがLR方向の正の向きに動き始めた。この後も、Aが回転しないよう、また、一定の速度を保つようにAに力 \vec{f} を加え続けた。その結果、図4のように、Aが a_1 [m]に至るまで、Cが静止したままでAのみが動いた。Aが a_1 に至った後も同様にAに力を加え続けると、今度は図5のように、Bが b_1 [m]に至るまで、AはCと一体となって動いた。

この後も同様にAに力を加え続けると、「Cが静止したままでAのみが動く」という動きと「AはCと一体となって動く」という動きを交互に示し、Cの中央近くでAはBと接触した。

次の問い(問1～7)に簡潔な説明をつけて答えよ。なお、問2～問7の解答において、説明する上で必要であれば F_A , F_B を用いよ。

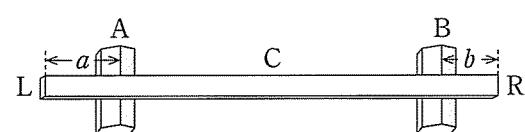
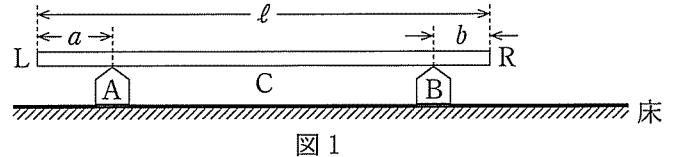


図2

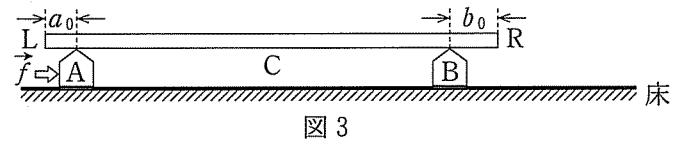


図3

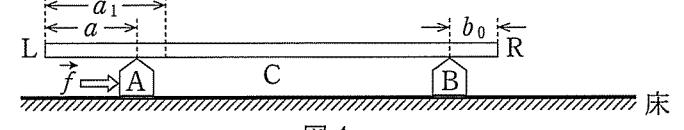


図4

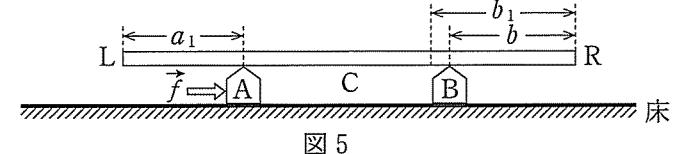


図5

問1 図1のように、Aが a に、Bが b にあるとき、AからCへの垂直抗力の大きさ N_A [N]と、BからCへの垂直抗力の大きさ N_B [N]を a , b , ℓ , W を用いて表せ。ただし、 a , b はともに $\frac{1}{2}\ell$ より小さいものとする。

問2 f_0 を a_0 , b_0 , ℓ , W , μ を用いて表せ。

問3 Aが a_0 から a_1 に至るまでの f を f_1 [N]とする。 f_1 を a , b_0 , ℓ , W , μ' を用いて表せ。

問4 a_1 を b_0 , ℓ , μ , μ' を用いて表せ。

問5 Bが b_0 にあり、Aが a_1 に至ったときの f を f_2 [N]とする。 f_2 を W , μ , μ' を用いて表せ。

問6 b_1 を b_0 , ℓ , μ , μ' を用いて表せ。

問7 Aが a_1 にあり、Bが b_1 に至ったときの f を f_3 [N]とする。 f_3 を W , μ , μ' を用いて表せ。

- [2] 電荷を帯びた小球の磁界(磁場)中の運動について述べた次の文章の空欄 [ア] ~ [オ] を適切に埋め、下の問い合わせ(問1~5)に簡潔な説明をつけて答えよ。ただし、この問題で扱う小球の電荷は増減せず、電荷を帯びた小球が運動することによって生じる磁界の影響は無視できるものとする。また、重力加速度の大きさを g とする。

図1のように、長さ ℓ の軽い糸(絶縁体)の上端を固定し、下端に電荷 q ($q > 0$)を帯びた質量 m の小球Aを取り付けた。鉛直下向きに磁束密度の大きさが B である一様な磁界を全体にかけ、Aを水平面内で図1のように角速度 ω で点Oを中心とした等速円運動をさせたところ、糸は鉛直線と角 θ をなした。このとき、Aが受けるローレンツ力の大きさは $\ell, q, B, \theta, \omega$ を用いて [ア] と表され、図1の点Pでのローレンツ力の向きは [イ] (水平面内の矢印a~dから選べ)の向きであった。また、Aの向心加速度の大きさは ℓ, θ, ω を用いて [ウ] と表され、糸の張力の大きさは T であった。よって、半径方向のAの運動方程式は $m, \ell, q, B, T, \theta, \omega$ を用いて [エ] と表される。

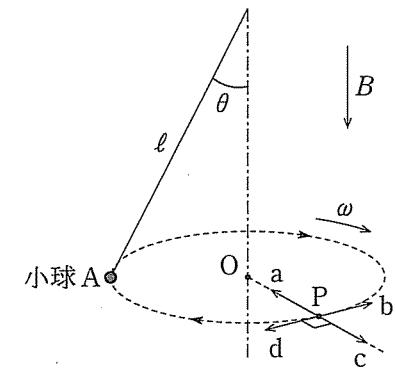


図1

次に、図2のように、なめらかでうすい板(絶縁体)上の点O'に、長さ r の軽い糸(絶縁体)の一端を固定し、他端に上と同じAを取り付けた。上と同じ磁界中で、板を水平に固定し、Aを板上で図2のように角速度 ω で等速円運動をさせた。このとき、糸の張力は T' であった。続けて、磁束密度を一定の割合で B から0まで時間 t をかけ減少させたところ、糸がたるむことなくAはまわり続け、磁束密度が0になったときには速さが v になった。また、このときの張力は T'' であった。

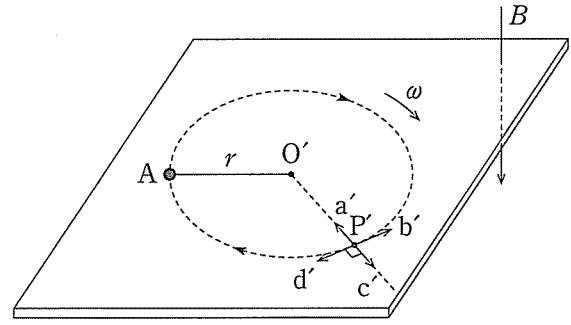


図2

Aがこのように運動している状態は、円軌道に沿った抵抗が0である一回巻のコイルを電流が流れている状態とみなせる。このように仮定したコイルを貫く磁束が変化すると電磁誘導の法則によりコイルには誘導起電力が生じる。この誘導起電力の大きさは、円軌道一周の長さとコイルの導体内の電界の大きさとの積に等しくなり、この電界は誘導電界と呼ばれる。コイルがなくても円軌道上には同じ誘導電界が生じる。磁束密度を一定の割合で B から0まで時間 t をかけ減少させたときは、上記の誘導起電力の大きさは V 、誘導電界の大きさは E 、図2の点P'での誘導電界の向きは [オ] (板面上の矢印a'~d'から選べ)の向きであった。

問1 図1の円運動の軌道半径を $g, m, q, B, \theta, \omega$ を用いて表せ。

問2 誘導起電力の大きさ V を r, t, B を用いて表せ。

問3 誘導電界の大きさ E を r, t, B を用いて表せ。

問4 磁束密度が0になったときのAの速さ v を m, q, r, B, ω を用いて表せ。

問5 T' と T'' の差の大きさ ΔT を m, q, r, B を用いて表せ。

[3] ボーアの原子モデルに関する次の文章(I, II)を読み、空欄 [ア] ~ [エ] を適切に埋め、下の問い合わせ(問1~5)に簡潔な説明をつけて答えよ。ただし、光速を c [m/s]、電気素量を e [C]、電子の質量を m [kg]、真空中の静電気力に関するクーロンの法則の比例定数を k [N·m²/C²]、プランク定数を h [J·s] とする。万有引力は静電気力に比べて非常に小さいのでこの問題では無視する。

I 水素原子は $+e$ の電荷をもつ原子核と $-e$ の電荷をもつ電子で構成される。原子核や電子の大きさは非常に小さく、ここでは質点と考えてよい。電子は、静電気力を受けて原子核を中心に半径 r [m]、速さ v [m/s] の等速円運動をしている。等速円運動の向心力を生じさせている静電気力の大きさは e, k, r を用いて [ア] と表されるので電子の運動方程式は e, k, m, r, v を用いて [イ] と表される。 n を量子数と呼ばれる1以上の整数として、円軌道の円周の長さは、電子のド・ブロイ波長 λ [m] の n 倍になるという条件を満たす状態を定常状態という。また、電子のド・ブロイ波長 λ は h, m, v を用いて [ウ] と表される。このことより下線部は $mvr =$ [エ] (h, n を用いよ) と表される。定常状態のときは電子のエネルギーは一定である。電子がある量子数の定常状態から別の量子数の定常状態に移るとき、それぞれの定常状態でのエネルギーの差に等しいエネルギーを持つ一つの光子が放出または吸収される。

問1 量子数が n の定常状態での水素原子の電子の軌道半径 r を e, h, k, m, n を用いて表せ。

問2 水素原子の電子のエネルギーは、電子の運動エネルギーと、電子と原子核の間にはたらく静電気力による位置エネルギーの和に等しい。量子数が n の定常状態での電子のエネルギー E_n [J] を e, h, k, m, n を用いて表せ。ただし、電荷 Q [C] ($Q > 0$) から x [m] だけ離れた点で電子が持つ電荷による位置エネルギーは無限遠を基準にとると $-k \frac{eQ}{x}$ で与えられる。

問3 水素原子の電子が量子数 n_a の定常状態から量子数 n_b ($n_a < n_b$) の定常状態に移るとき、光子は放出されるか吸収されるか理由をつけて答えよ。そのときの光子の波長を λ_{ab} [m] とする。 $\frac{1}{\lambda_{ab}}$ を c, e, h, k, m, n_a, n_b を用いて表せ。

II 原子番号 Z の原子が $+(Z-1)$ 倍にイオン化したものを水素様イオンという。例えば $Z=2$ であるヘリウムの +1 倍イオン: He^+ は水素様イオンの一つである。水素様イオンでは、原子核を中心として回る電子は 1 個なので、原子核がもつ電荷が $+Ze$ であること以外は水素原子と同様に考えることができる。

問4 水素原子の電子の軌道半径のうち最も小さいものはボーア半径と呼ばれる。ボーア半径を r_B [m] として量子数が n の定常状態での原子番号 Z の水素様イオンの電子の軌道半径 r' [m] を n, r_B, Z を用いて表せ。

問5 水素原子の電子が量子数 2 の定常状態から量子数 1 の定常状態に移るときに放出または吸収される光子の波長を λ_{21} [m] とし、 He^+ の電子が量子数 3 の定常状態から量子数 2 の定常状態に移るときに放出または吸収される光子の波長を λ'_{32} [m] とする。 $\frac{\lambda'_{32}}{\lambda_{21}}$ を有効数字 3 衔の数値で表せ。

