平成31年度入学者選抜学力検査問題

（前期日程）

数　　学

理工学域
数物科学類
物質化学類
地球社会基盤学類
生命理工学類
理工3学類
医薬保健学域
医学類
薬学類・創薬科学類
保健学類

（注　意）

1　問題紙は指示があるまで開かないこと。

2　問題紙は本文2ページであり，答案用紙は4枚である。

3　答えはすべて答案用紙の指定欄に記入し，**網かけの部分や裏面には記入しないこと。**

4　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

$\boxed{1}$ kを正の定数とする。2次方程式 $z^2-2kz+1=0$ が虚数解をもつとし，虚部が正の虚数解を α とする。次の問いに答えよ。

(1) kの値の範囲を求めよ。また，$|\alpha|$ を求めよ。

(2) $\cos\dfrac{5}{12}\pi$ の値を求めよ。

(3) 複素数平面において，α^3 が第3象限にあり，かつ α^6 が第1象限にあるときの α の偏角 θ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ と k の値の範囲を求めよ。ただし，座標軸の点は，どの象限にも属さない。

(4) (3)において求めた範囲に α があるとき，$|1-\alpha^5|$ の値の範囲を求めよ。

$\boxed{2}$ 座標平面に2曲線 C_1 : $y=\sqrt{x}-4$ $(x>0)$ と C_2 : $y=-\sqrt{1-x}$ $(x<1)$ がある。次の問いに答えよ。

(1) C_1 は区間 $x>0$ で上に凸であることを示せ。

(2) 点 $\mathrm{F}\left(\dfrac{1}{2}, -2\right)$ に関して，点Pと対称な点をQとする。点Pが C_1 上を動くとき，点Qの軌跡が C_2 であることを示せ。

(3) C_1 上の点Aにおける法線 ℓ が点Fを通るとし，ℓ と C_2 の共有点をBとする。このとき，Aの座標 (x_1, y_1) およびBの座標 (x_2, y_2) をそれぞれ求めよ。

(4) C_1 上に点 X_1，C_2 上に点 X_2 をとる。線分 $\mathrm{X}_1\mathrm{X}_2$ の長さの最小値を求めよ。

3　座標平面において，

$$x=\sin t,\quad y=\cos t-\sin t\quad (0\leqq t\leqq 2\pi)$$

で表される曲線を C_1 とし，x 軸に関して C_1 と対称な曲線を C_2 とする。C_1 で囲まれる図形と C_2 で囲まれる図形の共通部分の面積 S を求めよ。

4　p を 2 より大きい素数，n を正の整数とする。$1\leqq k\leqq p^n$ を満たす整数 k で，p と互いに素であるもの全体の集合を A とする。次の問いに答えよ。

(1) $p=3$，$n=2$ のとき，集合 A を求めよ。

(2) A に属する整数の個数，および A に属するすべての整数の和を求めよ。

(3) A に属する整数 k に対して，$k\ell-1$ が p^n の倍数となるような A に属する整数 ℓ が存在し，それはただ一つであることを示せ。ただし，整数 a と b が互いに素であるとき，1 次不定方程式 $ax+by=1$ は，整数解をもつことが知られている。必要ならばこの事実を利用してよい。

(4) A に属するすべての整数 k についての $\dfrac{1}{k}$ の和を既約分数で表したとき，分子は p^n の倍数となることを示せ。