

数 学 (全1の1)

次の に適切な解を入れよ。複数の解がある場合は、コンマで区切ってすべての解を記入すること。

1. 男子10人と女子5人で回転寿司のお店に行った。お会計の時に、お寿司を食べ終えたお皿の枚数を数えて計算すると、男子10人については平均枚数が9枚、標準偏差が $\sqrt{3}$ 枚であった。また、女子5人については平均枚数が6枚、標準偏差が3枚であった。このとき、男女15人について、お寿司を食べ終えたお皿の平均枚数は ① 枚、標準偏差は ② 枚である。ただし、 ② は小数で表わす必要はない。

2. 大小2個の立方体のさいころを同時に投げ、大きいさいころの出る目の数を a 、小さいさいころの出る目の数を b とする。このとき、 x の2次方程式 $x^2 - ax + b = 0$ …①が実数解をもつ確率は ③ である。また、方程式①が実数解をもつとき、その解が重解である条件付き確率は ④ である。

3. 座標平面上において、円 $C: x^2 + y^2 + 2kx + (k+2)y - \frac{1}{4}k - \frac{1}{4} = 0$ (k は実数) を考える。
 - (1) 円 C の半径の最小値は、 $k =$ ⑤ のとき ⑥ である。
 - (2) k の値にかかわらず、円 C の中心は、常に直線 $y =$ ⑦ 上にある。
 - (3) k の値にかかわらず、円 C は常に2つの定点を通る。この定点の x 座標は ⑧ と ⑨ である。ただし、 ⑧ < ⑨ とする。

4. n を正の整数とする。
 - (1) $\sum_{k=1}^n k\{n - (k-1)\} =$ ⑩ である。
 - (2) 一般項が $a_n = \sum_{k=1}^n k\{n - (k-1)\}$ である数列 $\{a_n\}$ がある。このとき、条件 $b_1 = 0$ 、 $b_{n+1} - b_n = a_n$ で定められる数列 $\{b_n\}$ の一般項は $b_n =$ ⑪ である。また、条件 $c_1 = 0$ 、 $c_{n+1} - c_n = \frac{1}{a_n}$ で定められる数列 $\{c_n\}$ の一般項は $c_n =$ ⑫ である。

5. 平面上に $\triangle OAB$ があり、 $\vec{OC} = s\vec{OA} + t\vec{OB}$ 、 $\vec{OD} = (s+1)\vec{OA} + (t-1)\vec{OB}$ を満たす点 C 、 D がある。ただし、 s 、 t を実数とする。
 - (1) $\triangle OAB$ の形状や s 、 t の値にかかわらず、四角形 $ABCD$ の形状は ⑬ である。
 - (2) $\triangle OAB$ が $\angle AOB = 90^\circ$ の直角二等辺三角形であるとする。このとき、四角形 $ABCD$ がひし形になるための条件を s 、 t の式で表すと ⑭ である。また、四角形 $ABCD$ が正方形になるときの s 、 t の値の組を求めると、 $(s, t) = ($ ⑮ , ⑯)、(⑰ , ⑱) である。ただし、 ⑮ < ⑰ とする。

6. 座標平面上において、曲線 $C: y = e^x (x \geq 0)$ と直線 $l: y = (e-2)x + 2 (x \geq 0)$ および y 軸とで囲まれた図形を D とする。ただし、 e を自然対数の底とし、曲線 C と直線 l は点 $(1, e)$ で交わる。
 - (1) 図形 D の面積は ⑲ である。
 - (2) 図形 D を y 軸の周りに1回転させてできる立体の体積は ⑳ である。