

数 学

教育学部 [数学(口)]

医学部医学科

工学部

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 5 ページで、解答用紙は 5 枚である。
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 問題は、大問 5 題である。
5. 大問の配点比率は全て 20 % である。
6. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。ただし、やむをえない場合は裏面にまわってよいが、表面に「裏に続く」と明記すること。
7. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
8. 解答用紙は持ち帰らないこと。
9. 問題冊子は持ち帰ること。

1 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 の 9 個の数字から異なる 3 個を選んで並べ、3 桁の整数を 1 つ作る。以下の問に答えよ。

- (1) 整数は何通りできるか。
- (2) 偶数は何通りできるか。
- (3) 400 より大きい整数は何通りできるか。
- (4) 400 より大きい奇数は何通りできるか。
- (5) 350 より小さい偶数は何通りできるか。

2 $0 < s < 1$, $0 < t < 1$ とする。平行四辺形 OABC において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とし、OC を $s : (1 - s)$ に内分する点を E, CB を $t : (1 - t)$ に内分する点を F, OF と AE との交点を G とする。以下の問に答えよ。

(1) \overrightarrow{AF} を \vec{a} , \vec{c} , s , t を用いて表せ。

(2) \overrightarrow{OG} を \vec{a} , \vec{c} , s , t を用いて表せ。

(3) $\triangle OGE$ と $\triangle ABF$ の面積をそれぞれ Q , Q' とするとき、 $\frac{Q'}{Q}$ を s , t を用いて表せ。

(4) s , t が $0 < s < 1$, $0 < t < 1$, $st = \frac{1}{3}$ をみたしながら動くとき、(3) で求めた $\frac{Q'}{Q}$ の値の範囲を求めよ。

3 以下の問に答えよ。ただし、必要ならば次の2つの公式を用いてもよい。

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

(1) 実数 x, y に対して、 $\sin x = \sin y$ が成り立つとき、 y を x を用いて表せ。

(2) $0 \leq s < 2\pi$ のとき、次の式をみたす実数 s をすべて求めよ。

$$\sin 2s = \sin(3s + 1)$$

(3) $0 \leq s < t < 2\pi$ のとき、次の2つの式を同時にみたす実数 s, t の組をすべて求めよ。

$$\begin{cases} \cos s = \cos t \\ \sin 5s = \sin 5t \end{cases}$$

4

$-1 \leq a \leq 1$ とする。以下の問に答えよ。ただし、 e は自然対数の底である。

(1) 関数 $y = x(\log x)^2$ の導関数を求めよ。

(2) 定積分

$$\int_{\frac{1}{e}}^1 (\log x + 1)^2 dx$$

の値を求めよ。

(3) 定積分

$$I = \int_{\frac{1}{e}}^e |\log x - a| dx$$

を求めよ。

(4) a が $-1 \leq a \leq 1$ を動くとき、(3)で求めた I が最小となるときの a の値を求めよ。

5

関数 $f(x) = e^{-2x^2} - e^{-\frac{1}{2}}$ を考える。以下の問に答えよ。ただし、 e は自然対数の底である。

- (1) 不等式 $f(x) > 0$ をみたす x の値の範囲を求めよ。
- (2) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (3) 関数 $y = |f(x)|$ の極値を求めよ。
- (4) a を定数とする。方程式 $|f(x)| - a = 0$ の実数解の個数を求めよ。