

# 物 理

医学部・工学部・応用生物科学部

## 問 題 冊 子

### 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 問題冊子は 8 ページからなる。解答用紙については、医学部は解答用紙 3 枚、その他の学部は解答用紙 4 枚である。乱丁、落丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、解答用紙のそれぞれ指定の欄すべてに必ず記入すること。
4. 解答は解答用紙の指定箇所に記入すること。
5. 問題は、大問で 4 題である。工学部・応用生物科学部の受験生は 4 題すべてに解答すること。  
医学部の受験生は、問題 1 , 2 , 3 に解答すること。
6. 解答用紙は持ち帰らないこと。
7. 問題冊子は持ち帰ること。
8. 大問ごとに、満点に対する配点の比率を表示してある。





1 次の文を読み、以下の問いに答えよ。(配点比率 医： $\frac{1}{3}$ ，工・応生： $\frac{1}{4}$ )

地球の中心  $O$  からの距離  $r$  [m] の円軌道を周回していた人工衛星が、図の点  $P$  で物体  $A$  と  $B$  の二つに分裂した。非常に短時間で分裂したので、物体  $A$  と  $B$  に関して運動量保存則が適用できるとしてよい。分裂直後、質量  $m'$  [kg] の物体  $B$  は中心  $O$  に対して静止していた。その後、物体  $B$  は地球に向かって落下し、質量  $m$  [kg] の物体  $A$  は、直線  $PO$  上に長軸  $PQ$  をもつ楕円軌道を周回する運動となった。この運動が起きるためには、質量  $m$ 、 $m'$  の間に一定の条件が必要である。これを求めてみよう。

ただし、万有引力定数を  $G$  [ $N \cdot m^2 / kg^2$ ]、地球の質量を  $M$  [kg] とする。

問 1 半径  $r$  の円軌道を周回していたときの人工衛星の速さ  $v_0$  [m/s] を求めよ。

問 2 運動量保存則が適用できる一般的な条件を述べ、それに基づいて、下線部に記されていることを説明せよ。

問 3 分裂直後の物体  $A$  の速さ  $v$  [m/s] を、 $m$ 、 $m'$ 、 $v_0$  を用いて表せ。また、そのときの運動方向も答えよ。

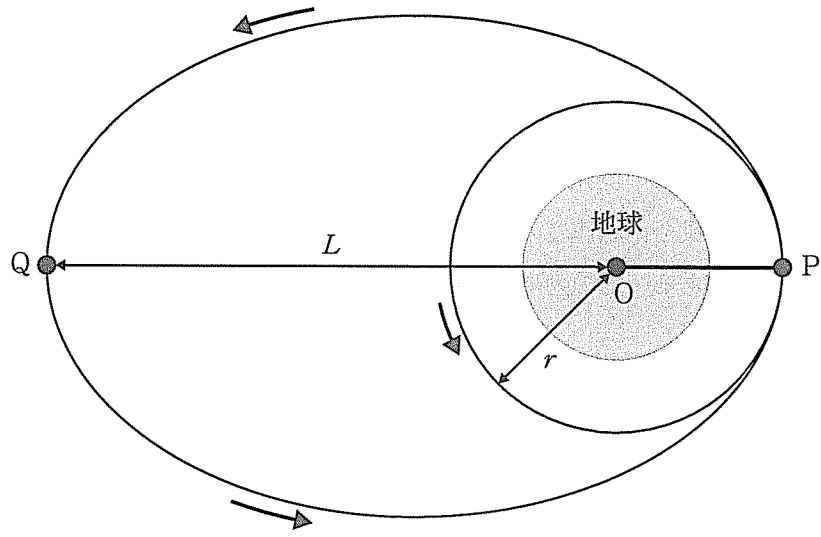
問 4 点  $Q$  における物体  $A$  の速さ  $v'$  [m/s] を、ケプラーの第 2 法則(面積速度一定)を用いて求めよ。その答えは、距離  $OQ$  を  $L$  [m] とし、 $r$ 、 $v$ 、 $L$  を用いて表せ。

問 5 これまでの問 1、3、4 の結果と力学的エネルギー保存則を考慮して、 $\frac{r}{L}$  を  $m$ 、 $m'$  を用いて表せ。

問 6 問 5 で求めた結果から、質量比  $\frac{m'}{m}$  がみたすべき条件式を求めよ。

問 7 物体  $A$  の力学的エネルギーが負であるための条件を用いて、これが問 6 で求めた条件式と同じであることを示せ。

問 8 問題文に述べたことと同様に分裂が起き、分裂直後の物体  $B$  が地球の中心  $O$  に対して静止していたが、質量  $m$ 、 $m'$  が問 6 で求めた条件式をみたしていないときには、物体  $A$  はどのような運動をするか。理由も合わせて説明せよ。



图

2

次の文を読み、以下の問いに答えよ。(配点比率 医： $\frac{1}{3}$ ，工・応生： $\frac{1}{4}$ )

私たちの身の回りでは多くのモーターが使用されている。モーターの構造によっては、モーター内部にある磁場領域の境界をコイルが通過する際に、コイルが磁場から受ける力が急激に変化してモーターの振動や回転速度の変動を引き起こすことがある。この対策としてコイル形状を工夫したモーターがある。その効果の原理について、図1に示す1回巻の台形コイルによる簡易モデルで考えてみる。

図1の台形コイルは、辺ABと辺DAの長さが $a$  [m]、 $\angle ABC$ の角度 $\theta$  [°]は $0^\circ < \theta < 90^\circ$ で固定してある。辺DAと辺CBは平行で、辺CBと辺DCは垂直である。図2に示すように $x$ 軸および $y$ 軸をとる。 $x < 0$ では磁束密度はゼロ、 $x \geq 0$ では紙面の裏から表に向かうような磁束密度 $B$  [T]の磁場が存在する。 $x \geq 0$ の領域を磁場領域と呼ぶことにする。図2のように、図1の台形コイルのすべての頂点が $x < 0$ の位置で、コイル面が $xy$ 平面に対して平行、かつ辺CBを $x$ 軸に対して平行となるように置いた後、磁場領域に向かって $x$ 軸正方向に一定の速さ $v_0$  [m/s]で台形コイルを移動させることを考える。台形コイルの頂点Bが $y$ 軸に到達したときの時刻 $t$  [s]を $t = 0$ 、頂点Aが $y$ 軸に到達したときの時刻を $t = t_1$  [s]、頂点Dが $y$ 軸に到達したときの時刻を $t = t_2$  [s]とする。台形コイルが移動するとき、コイル面は $xy$ 平面に常に平行、かつ辺CBは $x$ 軸に常に平行であるとする。台形コイルの全抵抗を $R$  [Ω]とし、台形コイルの自己インダクタンス、台形コイルに用いた導線の太さ、台形コイルの質量、および空気抵抗の影響は無視する。

問1  $t_1$ 、 $t_2$ を $v_0$ 、 $a$ 、 $\theta$ を用いてそれぞれ表せ。

問2  $0 < t < t_1$ において、微小時間 $\Delta t$  [s]間に台形コイルを貫く磁束の変化量 $\Delta\phi$  [Wb]を以下のようにして求める。 ~  の空欄に当てはまる式を $v_0$ 、 $B$ 、 $\theta$ 、 $t$ 、 $\Delta t$ のうち適切なものを用いて答えよ。ただし、 $t - \frac{\Delta t}{2} > 0$ 、 $t + \frac{\Delta t}{2} < t_1$ とする。

$0 < t < t_1$ では、図3に示すように台形コイルの辺ABと辺CBが $y$ 軸との交点を持つ。時刻 $t$ において、頂点Bから辺CBと $y$ 軸の交点までの距離 $L_1$  [m]は, 辺ABと $y$ 軸の交点から辺CBと $y$ 軸の交点までの距離 $L_2$  [m]はである。これらより時刻 $t - \frac{\Delta t}{2}$  [s]で台形コイルを貫く磁束 $\phi_-$  [Wb]を求めると $\phi_- =$  である。同様にして、時刻 $t + \frac{\Delta t}{2}$  [s]で台形コイルを貫く磁束 $\phi_+$  [Wb]は $\phi_+ =$  である。したがって、 $\Delta t$ 間に台形コイルを貫く磁束の変化量 $\Delta\phi$ はである。

問 3  $0 < t < t_1$ ,  $t_1 < t < t_2$  のそれぞれの期間において、台形コイルに発生する誘導起電力の大きさをそれぞれ  $V_1$  [V],  $V_2$  [V] とする。 $V_1$ ,  $V_2$  を  $v_0$ ,  $B$ ,  $a$ ,  $\theta$ ,  $t$  のうち適切なものを用いてそれぞれ表せ。

問 4  $t \geq 0$  において、台形コイルに流れる誘導電流を  $I$  [A] とする。横軸を頂点 B の位置座標  $x$  [m], 縦軸を  $I$  として、 $I$  の変化の様子をグラフで示せ。グラフには  $t = t_1$  での頂点 B の位置座標  $x_1$  [m],  $t = t_2$  での頂点 B の位置座標  $x_2$  [m],  $I$  の大きさの最大値  $I_{\max}$  [A] を示すこと。 $x_1$  と  $x_2$  は  $a$ ,  $\theta$  を用いて、 $I_{\max}$  は  $v_0$ ,  $B$ ,  $a$ ,  $\theta$ ,  $R$  を用いてそれぞれ解答欄に答えよ。誘導電流は  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$  の向きを正とする。

問 5  $0 < t < t_1$ ,  $t_1 < t < t_2$  のそれぞれの期間において、 $x$  軸正方向に一定の速さ  $v_0$  で台形コイルを移動させるための外力の大きさをそれぞれ  $F_1$  [N],  $F_2$  [N] とする。 $F_1$ ,  $F_2$  を  $v_0$ ,  $B$ ,  $a$ ,  $\theta$ ,  $t$ ,  $R$  のうち適切なものを用いてそれぞれ表せ。また、 $F_1$ ,  $F_2$  の向きもそれぞれ示せ。

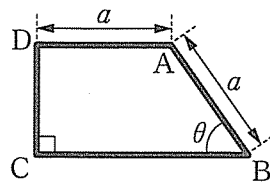


図 1

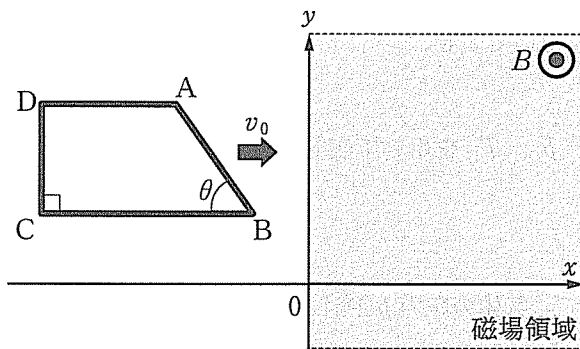


図 2

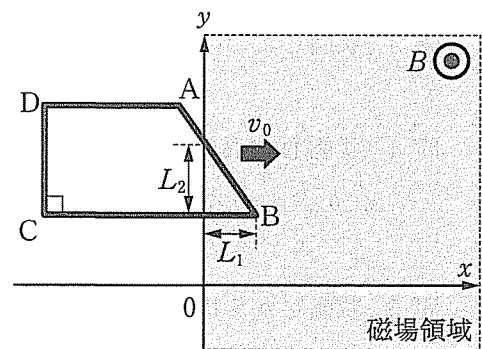


図 3

3

次の文を読み、以下の問いに答えよ。(配点比率 医： $\frac{1}{3}$ ，工・応生： $\frac{1}{4}$ )

図のように、なめらかに動くピストンのついた容器に理想気体が封入されている。ピストンと容器の断面積は  $S(\text{m}^2)$  であり、容器の長さは  $L(\text{m})$  である。ピストンと容器側面は断熱材でできていて、容器底面のみ外部と熱のやり取りができる。ピストンおよび容器は外力に対して変形しない材質であり、その厚さと質量は無視できる。

最初、容器が大気中にあるとき気体の圧力は大気圧  $p_A(\text{Pa})$  であり、気体の温度は気温  $T_A(\text{K})$  と等しく、ピストンは容器底面からの距離が  $\frac{4}{5}L$  の位置にあった。この状態を状態 A とする。次に、密度が  $\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$  で温度が  $T_B(\text{K})$  の液体の中に容器をゆっくりと沈め、ピストンの上面に液体が流れ込まない位置で固定した。このときピストンは容器底面からの距離が  $\frac{3}{4}L$  の位置にあった。この状態を状態 B とする。さらに容器をゆっくりと沈め、液体表面から容器上端までの深さが  $x(\text{m})$  の位置になったところで固定した。このときの気体の圧力は  $p_C(\text{Pa})$  であり、ピストンは容器底面からの距離が  $\frac{2}{3}L$  の位置にあった。この状態を状態 C とする。そして、液体の温度を  $T_D(\text{K})$  まで徐々に上昇させると、ピストンは容器底面からの距離が  $\frac{3}{4}L$  の位置まで移動して停止した。このときの気体の圧力は  $p_D(\text{Pa})$  であった。この状態を状態 D とする。ただし、温度変化に伴う液体の密度の変化はないものとする。重力加速度の大きさを  $g(\text{m}/\text{s}^2)$  とする。

問 1 状態 B における液体の温度  $T_B$  を  $T_A$  を用いて表せ。

問 2 状態 C における深さ  $x$  を  $L$ 、 $p_A$ 、 $p_C$ 、 $\rho$ 、 $g$  を用いて表せ。

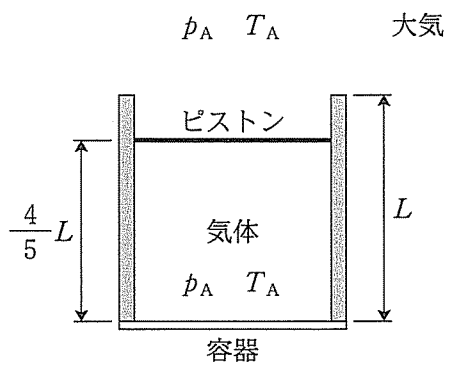
問 3 状態 C における気体の圧力  $p_C$  を  $p_A$  を用いて表せ。

問 4 状態 D における液体の温度  $T_D$  を  $p_C$ 、 $p_D$ 、 $T_B$  を用いて表せ。さらに、気体の圧力  $p_D$  を  $L$ 、 $p_A$ 、 $\rho$ 、 $g$  を用いて表せ。

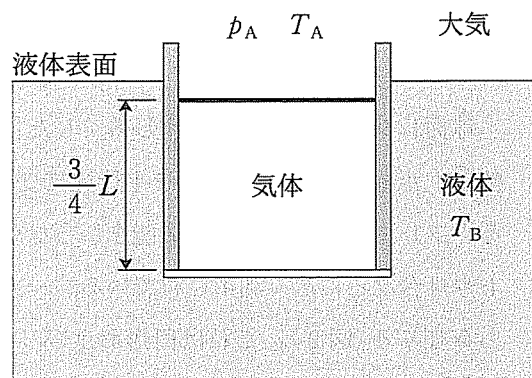
問 5 状態 C から状態 D までの変化について、気体の圧力  $p(\text{Pa})$  と体積  $V(\text{m}^3)$  の変化の様子を解答用紙の  $p$ - $V$  グラフ上に表せ。 $p$  軸の  欄には  $p_C$ 、 $p_D$  のうちで適切なものを記入し、状態 C と状態 D を示す点を丸印(O)で示して C、D を明記せよ。そして、状態の変化の経路を丸印の間を実線で結ぶことによって示せ。

問 6 状態 C から状態 D まで変化したときの気体のした仕事  $W(\text{J})$  を  $S$ 、 $L$ 、 $p_A$ 、 $\rho$ 、 $g$  を用いて表せ。

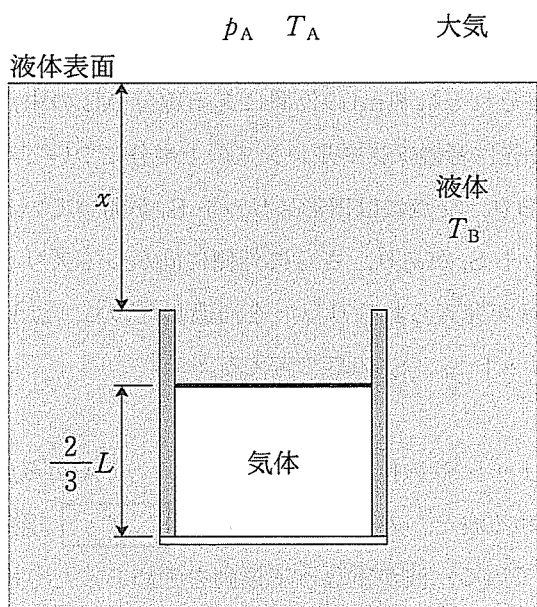




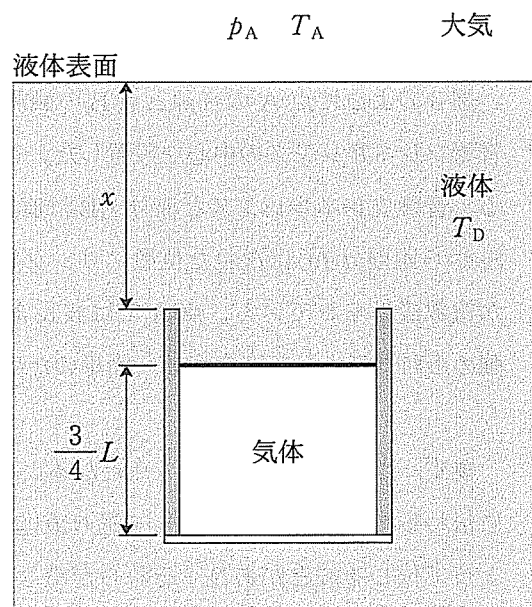
状態 A



状態 B



状態 C



状態 D

図

4 次の文を読み、以下の問いに答えよ。(配点比率 工・応生： $\frac{1}{4}$ )

球面レンズを同心円で分割し薄くした「フレネルレンズ」というものがある(図1)。レンズの機能は、点光源から発した光を平行光に変換するという光の  現象を利用したものである。フレネルレンズはその機能を保ちながら、形状を工夫して薄い構造にしたもので、車のライトや灯台などに広く利用されている。一方、これに似た名称で「音響フレネルレンズ」というものも存在する(図2)。これは円形およびリング状のスリットを通過する際の音波の性質を利用して、特定の位置で音を大きく聞こえるように設計されたものである。光のレンズと原理は異なるが、本来聞こえる音よりも大きくなる効果や、その外観から音響フレネルレンズと呼ばれている。それでは、波の性質を整理しながら、この音響フレネルレンズについて考えてみよう。

図3のように点Aの音源と点Bの観測者からそれぞれ $l$ [m]の位置にある線分ABの中点に音響フレネルレンズの中心を設置した。これより先は音響フレネルレンズの上半分について考える。音響フレネルレンズと線分ABは直交しており、交点には円形スリット $S_0$ が開いている。 $S_0$ から距離 $d$ [m]はなれた位置にリング状スリット $S_1$ があり、さらに外側に向かってスリットが複数設けられている。点Aでは波長 $\lambda$ [m]の音が発せられスリットを通過したのち、点Bで強められた音として聞こえる。簡単のため、スリット $S_0$ 、 $S_1$ のみで考える。

まず、点Bが音の強めあう点となるようにスリット $S_1$ の位置を求めてみよう。点Aから点Bに伝わる波には、スリット $S_0$ を通り直進して伝わる波と、スリット $S_1$ を通り  現象によって伝わる波とがあり、それらが重なり合っている。波が重なって振動を強めあったり弱めあったりする現象を  という。音の強めあう点では、波の  あるいは  が重なるために振幅が大きくなるのに対して、音の弱めあう点では波の  が重なるため振幅が小さくなる。音の強めあう点の条件は、重なり合う波のそれぞれの経路の差 $\Delta L$ [m]を整数 $m(=0, 1, 2, \dots)$ と波長 $\lambda$ を用いて  で表される。すなわち、重なり合う波の  が常に同じであることを意味する。一方、音の弱めあう条件は、 $\Delta L$ を $m$ 、 $\lambda$ を用いて  で表される。これは、重なり合う波の  が  分ずれていて常に逆であることを意味している。

問1 文中の  から  に当てはまる適切な語句を次の語群から選んで番号を答えよ。

- |       |       |       |        |        |      |
|-------|-------|-------|--------|--------|------|
| 1 回折  | 2 屈折  | 3 位相  | 4 干渉   | 5 散乱   | 6 反射 |
| 7 一波長 | 8 半波長 | 9 山と山 | 10 山と谷 | 11 谷と谷 |      |

問 2 文中の  $\boxed{a}$  ,  $\boxed{b}$  に当てはまる式を答えよ。

問 3 点 A で発せられ点 B に到達した音波のうち、スリット  $S_1$  を通過する経路  $AS_1B$  の長さ  $L_1$  を  $d, \ell$  を用いて答えよ。

問 4  $d$  は  $\ell$  に比べて十分小さいため、『 $|x|$  が 1 に比べて十分小さいとき、 $(1+x)^n \approx 1+nx$  が成り立つ』という近似を用いて、経路  $AS_0B$  と  $AS_1B$  の経路差  $\Delta L$  の近似値を答えよ。

問 5 点 B が  $m=1$  の強めあう点となるために必要とされる  $d$  の条件を  $\ell, \lambda$  を用いて答えよ。

問 6 観測者が点 B 以外の音が強まる地点を探すために、点 B を起点として音響フレネルレンズに近づいたり遠ざかったりして直線 AB 上を少しずつ移動したところ、音が強まる新たな点  $B'$  が見つかった。はじめに見つかった点  $B'$  の  $S_0$  からの距離  $\ell'$  [m] を  $d, \lambda$  を用いて答えよ。

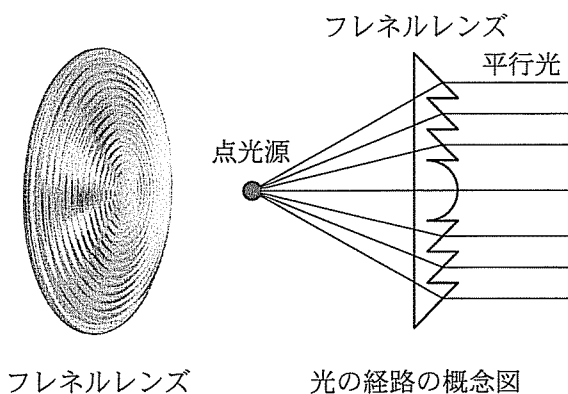


図 1

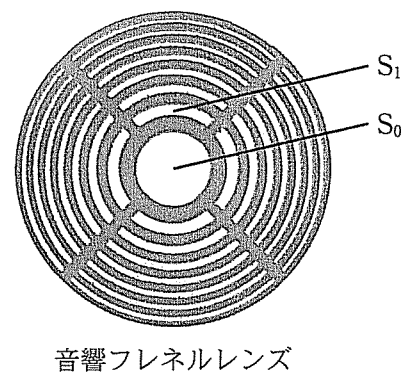


図 2

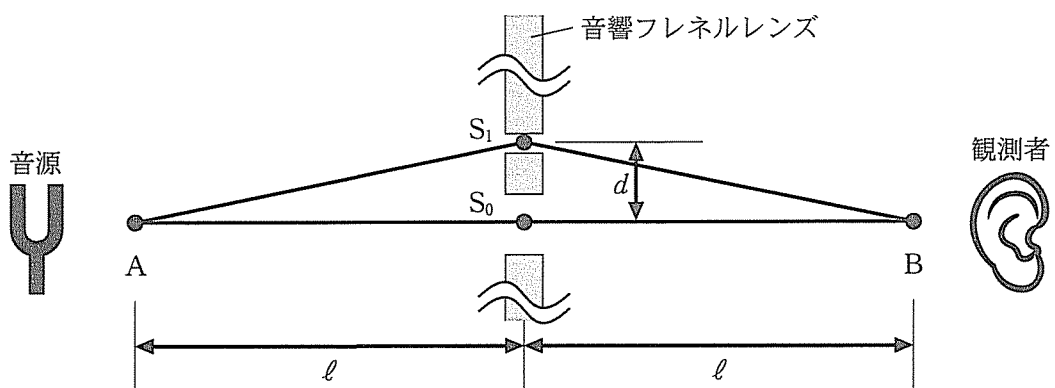


図 3









