

令和 2 (2020) 年度入学者選抜個別(第 2 次)学力検査問題

数 学

(医 学 科)

注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は、全部で7ページあります。
3. 解答用紙は、問題冊子と別に印刷されているので、誤らないように注意しなさい。
4. 解答用紙には、必ず解答の過程と結果を記入しなさい。
5. 解答は、必ず解答用紙の点線より左に記入しなさい。
6. 下書は、問題冊子の余白を使用しなさい。ただし、切り離してはいけません。
7. 各解答用紙には、受験番号欄が2か所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
8. 解答用紙は、記入の有無にかかわらず、机上に置き、持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰りなさい。
9. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出なさい。

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

1 N を自然数として、表と裏が等確率で出るコインを N 回投げる試行を考え、この試行の結果によって関数 $f(x)$ を次のように定義する。

1. $x \leq 0$ のとき、 $f(x) = 0$

2. x が N 以下の自然数 n に等しいとき、 n 回目に

表が出れば $f(n) = f(n-1) + 1$

裏が出れば $f(n) = f(n-1) - 1$

3. x が $0 < x < N$ を満たし、かつ自然数でないとき、 $n-1 < x < n$ を満たす自然数を n として、 $f(x) = (x-n+1)f(n) + (n-x)f(n-1)$

4. $x > N$ のとき、 $f(x) = f(N)$

このとき以下の各問いに答えよ。

(1) $N = 8$ のとき、試行の結果が「表, 表, 裏, 裏, 表, 裏, 裏, 裏」の順となったとき、 $f(x)$ のグラフを描け。

(2) 自然数 N と 0 以上の整数 k について、 $f(x)$ が極値をとる点の個数が k となる確率を $P(k)$ とする。 $P(k)$ を N, k を用いて表せ。

(3) 自然数 N と 0 以上の整数 k について、 $f(x)$ が極大となる点の個数が k となる確率を $Q(k)$ とする。 $Q(k)$ を N, k を用いて表せ。

(4) (3) の $Q(k)$ について $\sum_{k=0}^N kQ(k)$ を N を用いて表せ。

2 a を正の実数, m を実数とし, $k_1 = m + \sqrt{m^2 + 1}$, $k_2 = m - \sqrt{m^2 + 1}$ とする。さらに, C_0, C_1, C_2 を複素数平面上でそれぞれ

$$C_0: (m + i)z + (m - i)\bar{z} + 2a = 0$$

$$C_1: (k_1 + i)z + (k_1 - i)\bar{z} - 2ak_1^2 = 0$$

$$C_2: (k_2 + i)z + (k_2 - i)\bar{z} - 2ak_2^2 = 0$$

を満たす点 z の集合とする。ここで, i は虚数単位, \bar{z} は z と共役な複素数を表す。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) C_0, C_1, C_2 がいずれも直線であることを示せ。
- (2) C_0 と C_1 の共有点を P_1 とし, m を変化させたとき P_1 が描く曲線を F_1 とする。 F_1 はどのような曲線か。 a を用いて答えよ。
- (3) $m > 0$ のとき, C_1, C_2 と虚軸で囲まれる領域の面積を T とし, (2) の F_1 と $C_1, C_2, 虚軸$ で囲まれる領域の面積を S とする。 $\frac{T}{S}$ が a によらず一定であることを示し, その極限值 $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{T}{S}$ を求めよ。

3 t を正の実数とし、 xyz 空間において、7つの点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$, $P(t, 1, 0)$, $Q(0, t, 1)$, $R(1, 0, t)$ をとる。
このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) $t = 1$ のとき、四面体 $OPQR$ の体積を求めよ。
- (2) $\triangle PQR$, $\triangle APR$, $\triangle BQP$, $\triangle CRQ$ および xy 平面, yz 平面, zx 平面で囲まれる領域の体積を V_1 とする。 V_1 を t を用いて表せ。
- (3) O を中心とし、 OP を半径とする球の体積を V_2 とする。 t を変化させるとき、 $\frac{V_1}{V_2}$ が最大となる t の値を求めよ。

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

下書用紙 (切り取ってはいけない)