令和２年度・入学試験問題

数　　　学（医）

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験開始後，すべての解答用紙に氏名(カタカナ)及び受験番号を記入しなさい。受験番号が正しく記入されていない場合は，採点できないことがあります。また，氏名(カタカナ)及び受験番号以外の文字，数字などは，絶対に記入してはいけません。
3. 答案は解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 解答用紙の裏面には何も書いてはいけません。
5. 試験終了後，問題冊子および下書用紙は持ち帰りなさい。

すべての問題について，求める手順をわかりやすく説明すること。

◇M１(872—52)

1. 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ が

$$a_1 = 1, \qquad a_{n+1} = \sqrt{2 - \frac{2}{9^n}}\, a_n - \frac{\sqrt{2}}{3^n} b_n$$

$$b_1 = 0, \qquad b_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{3^n} a_n + \sqrt{2 - \frac{2}{9^n}}\, b_n$$

により定められている。複素数 z_n を

$$z_n = a_n + b_n i$$

で定める。ただし，i は虚数単位とする。また，複素数平面上で $0,\ z_n,\ z_{n+1}$ を頂点とする三角形の面積を T_n とする。次の問いに答えよ。

(1) $\left| \dfrac{z_{n+1}}{z_n} \right|$ を求めよ。

(2) $\theta_n = \arg \dfrac{z_{n+1}}{z_n}$ とするとき，$\sin \theta_n$ を求めよ。

(3) 無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} T_n$ の和を求めよ。

2. 3枚の硬貨を同時に投げる試行を繰り返し，次のように得点を決めていく。ただし，得点は負の値をとってもよい。

① 3枚とも表が出たとき，1点を加点する。

② 3枚とも裏が出たとき，1点を減点する。

③ ①と②以外のときは，得点を変更しない。

④ 0点から開始する。

試行を n 回繰り返した後の得点が3の倍数である確率を P_n とする。

（1）P_n を求めよ。

（2）$\lim_{n \to \infty} P_n$ を求めよ。

3. 四面体OABCにおいて，$\angle AOB = \frac{\pi}{2}$，$\angle BOC = \frac{\pi}{2}$，$\angle COA = \frac{\pi}{2}$ である。

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$，$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$，$\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とし，$|\vec{a}| = \alpha$，$|\vec{b}| = \beta$，$|\vec{c}| = \gamma$ とする。

このとき，次の問いに答えよ。

(1) 点Oから3点A, B, Cを含む平面に下ろした垂線をOHとする。
$\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, α, β, γ を用いて表せ。

(2) $\triangle ABC$ の面積を α, β, γ を用いて表せ。

4. 座標平面上において，点Aは直線 $y=\dfrac{3}{2}$ 上を，点Bは y 軸上を, 線分ABの長さが常に $2\sqrt{2}$ となるように，それぞれ動くものとする。また，線分ABを $3:1$ に内分する点Pが描く曲線を C とする。次の問いに答えよ。

(1) 曲線 C の方程式を求めよ。

(2) 曲線 C で囲まれた図形を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。