

科目	物	理
----	---	---

理学部・医学部・薬学部・工学部・都市デザイン学部

注 意

1. 開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。
2. 問題は1ページから9ページにわたっている。解答用紙は3枚、下書用紙は3枚で、問題冊子とは別になっている。これらが不備な場合は、直ちにその旨を監督者に申し出ること。
3. 解答は、すべて解答用紙の所定の欄に記入すること。
指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価(採点)の対象としない。
4. すべての解答用紙の上部の欄に、志望学部と受験番号(2か所)を記入すること。
5. 試験終了後、問題冊子・下書用紙とも、持ち帰ること。



1

図1に示すような、水平でなめらかな床の上に、大きさが無視できる質量 M の小球 A と質量 $m (m < M)$ の小球 B がおかれており、それらの水平位置 x の変化を考える。

小球 A は、ばね定数 k 、自然長 $x_0 (x_1 < x_0 < x_2)$ の軽いばねにつながれており、静止状態で位置 x_1 から、時刻 $t = 0$ に、小球 B へ向かって運動を開始した。その後、小球 A は、時刻 $t = t_c$ に、位置 x_2 で、静止状態の小球 B へ完全弾性衝突した。この衝突後に、小球 B は、位置 x_3 を経由し、位置 x_4 においてなめらかな壁面と衝突した後、位置 x_5 で床に到達した。このとき、小球 B と壁面との反発係数は e であり、小球 B の鉛直方向の落下距離は図のように h である。重力加速度の大きさを g 、空気抵抗は無視できるものとして、以下の問いに答えよ。

- (1) 小球 A が小球 B に衝突する前に、ばねが自然長となる時刻 $t = t_0$ に着目する。このときの小球 A の速さ v_{A0} を M, k, x_0, x_1 を用いて求めよ。解答欄に解答のみを示せ。
- (2) 小球 A が小球 B に衝突する直前の小球 A の速さ v_{A2} を M, k, x_0, x_1, x_2 を用いて求めよ。解答欄に解答のみを示せ。
- (3) 小球 A の速度変化としてもっとも適切な概形を図2の(ア)~(ク)の中から選択し、解答欄に解答のみを示せ。
- (4) 小球 B が位置 x_3 から落下する直前の小球 B の速さ v_{B3} を M, m, v_{A2} を用いて求めよ。解答欄に解答のみを示せ。
- (5) 小球 B の位置 x_5 を $x_3, x_4, e, h, g, v_{B3}$ を用いて求めよ。解法記述欄に解答を得るまでの解き方を示し、解答欄に解答のみを示せ。

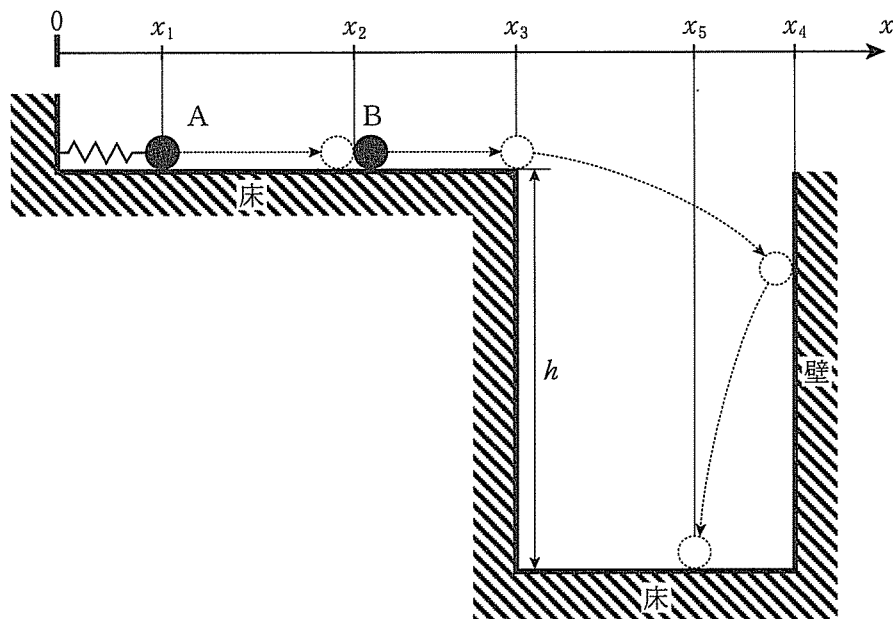


図1

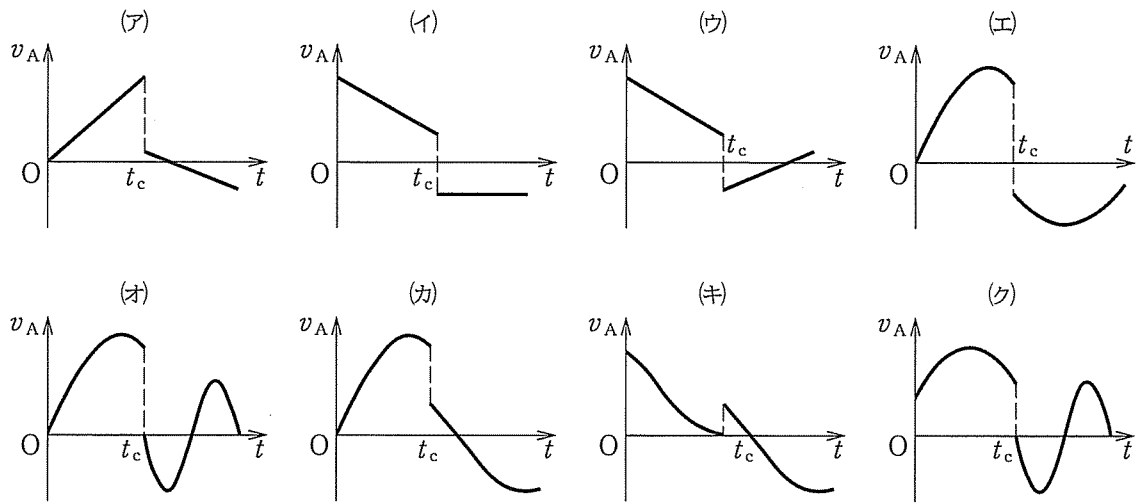


図 2

2

以下の問いに答えよ。

- (1) 真空中において、図1のように電荷量が $3Q$ [C]、 $2Q$ [C]の2つの点電荷をそれぞれ x 軸上の r [m]、および $-r$ [m]の位置に固定した。クーロンの法則の比例定数を k とし、電気力以外の力は無視できるものとして以下の問いに答えよ。

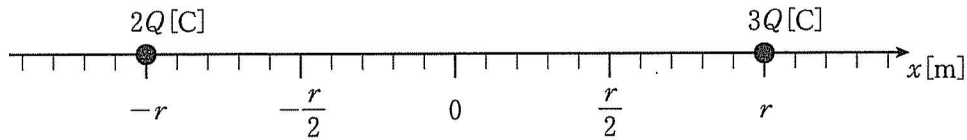


図1

- (a) 図1の2つの点電荷に加え、 $x = 0$ の点に電荷量が q [C]の点電荷をおいた。この点電荷に作用する力を求めよ。ただし、 x 軸の正の方向を力の正の方向とする。解答欄に解答のみを示せ。
- (b) 次に(a)でおいた点電荷をゆっくりと移動させたところ、 x 軸上のある位置(ただし $-r < x < r$)で点電荷に作用する力が0となった。この位置の x 座標を求めよ。解法記述欄に解答を得るまでの解き方を示し、解答欄に解答のみを示せ。また、この x 座標のおおよその位置を解答欄の図に黒丸(●)で示せ。
- (c) 図1の2つの点電荷がある状態で、電荷量が q [C]の点電荷を $x = 0$ の点から $x = \frac{r}{2}$ [m]の点までゆっくり移動させた。このときに要した仕事量を求めよ。解答欄に解答のみを示せ。

- (2) 真空中におかれた図2のような長方形の形をした回路を考える。各辺の長さ L [m], d [m] であり, L は d より十分に大きい。回路の太線の部分は 0 でない抵抗をもつ金属線である。電池の起電力と内部抵抗の大きさは電池を流れる電流によって変化しないとし, 電圧計の内部抵抗は十分大きく, 電流計の内部抵抗は十分小さいものとして, 以下の問いに答えよ。問題文中の記号と, 必要なら真空の透磁率 μ_0 [N/A²] を用いてよい。また \odot , \otimes は, それぞれ紙面の裏から表への向き, 紙面の表から裏への向きの意味である。

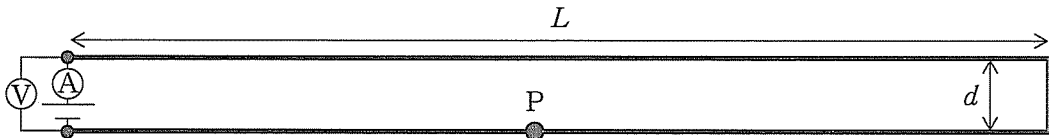


図 2

- (a) 図の電圧計と電流計の値はそれぞれ V_1 [V], I_1 [A] であった。金属線部分の全抵抗を求めよ。解答欄に解答のみを示せ。
- (b) 長さ L の 2 辺の一方の金属線を流れる電流が, もう一方の金属線上の中央付近の点 P に作る磁束密度の大きさを求めよ。解答欄に解答のみを示せ。またその向きとして解答欄中の適切なものを○で囲んで選べ。
- (c) 点 P 付近の単位長さの金属線に作用する力の大きさを求めよ。解答欄に解答のみを示せ。またその向きとして解答欄中の適切なものを○で囲んで選べ。
- (d) 金属線と同じ素材で直径のみを 2 倍のものに代えたら, 電流計の値が I_2 [A] になった。電池の内部抵抗を求めよ。解法記述欄に解答を得るまでの解き方を示し, 解答欄に解答のみを示せ。ただし, 金属線の電気抵抗率は電流によって変化しないものとする。
- (e) 電池の起電力の大きさを求めよ。解答欄に解答のみを示せ。

次に、はじめの回路にもどし、図3のように回路全体を磁界(磁場)中で変形させることなく、一定の速さ v [m/s] で y 軸方向の正の向きに並進運動させた。回路は xy 平面と平行であり、磁界は z 軸と平行で、その大きさは一様ではなく z 軸方向の磁束密度は $B_z = ay$ [T] のように変化している。 z 軸の正の向きは図で紙面の裏から表であり、 a は正の定数である。

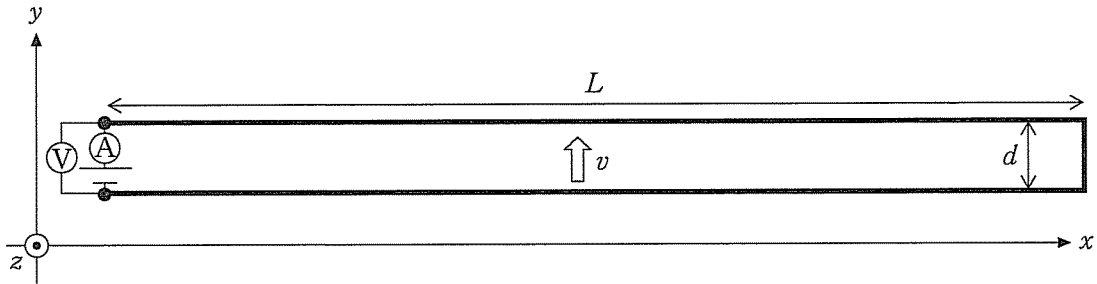


図3

- (f) 回路に発生する誘導起電力の大きさを求めよ。解答欄に解答のみを示せ。
- (g) 回路に流れる電流を求めよ。解答欄に解答のみを示せ。なお、(a)の電流の向きを正とする。また、この問いにかぎり(e)の答えである電池の起電力の大きさを E [V] として用いてもよい。

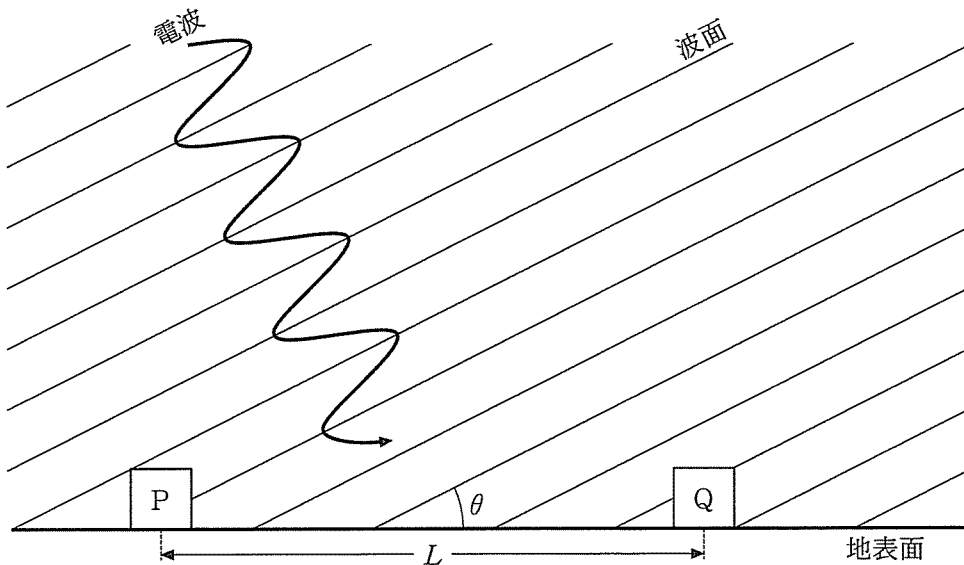
3 は次のページから始まります。

3

2019年4月にブラックホールの撮影に成功したという大きなニュースが世界中を駆け巡った。この成功の最も重要なポイントは、複数の電波望遠鏡を同時に用いて宇宙からの電波をとらえることにより、天体の細かい構造の観測が可能になったことである。その仕組みと精度を考えてみよう。

図のように、遠くの天体からやって来る電波を電波望遠鏡で観測する。議論を簡単にするために、電波は平面波(電場の振幅 E 、波長 λ 、振動数 f 、速さ c)とする。これを水平な地表面におかれた2台の電波望遠鏡 P, Q でとらえる。天体と2台の望遠鏡は、紙面と同一平面上にあるものとする。電波の波面と地表面がなす角度を θ とし、2台の望遠鏡 P, Q 間の距離を L とする (L は望遠鏡 P, Q 自体の大きさより十分に大きい)。これらの電波望遠鏡はその場所、その時刻で受信する正負の符号を持つ電場を、それに比例した電気信号に変換する(比例定数 a は正とする)。望遠鏡 P の電気信号は時刻 $t = 0$ で0である。地表面に到達した電波は完全に吸収されるとする。以下の文章の空欄 (ア) ~ (イ) に入る適切な字句や式を解答欄に記入、あるいは解答欄に書かれた選択肢から適切なものを○で囲んで選べ。

☆ 天体



電波望遠鏡を使用する上で波動の性質に対する理解が重要である。振動数 f と波長 λ の関係は電波の速さ c を用いて $(ア)$ と書ける。

まず、 $\theta = 30^\circ$ であった場合を考える。時刻 t における望遠鏡 P で出力される電気信号は、振動数 f を用いて $aE \sin((イ))$ と書け、波長 λ を用いると $aE \sin\left(\frac{2\pi c}{\lambda} t\right)$ と書ける。このとき $\theta = 30^\circ$ であるので、時刻 $t = 0$ で望遠鏡 P に到達した波面(同位相面)と望遠鏡 Q の距離は $(ウ)$ となる。この波面は $t = (エ)$ で望遠鏡 Q に到達する。従って、任意の時刻 t における望遠鏡 Q の電気信号は振動数 f を用いて $aE \sin((オ))$ となる。

実際の測定では、同時刻における、異なる場所に設置された 2 台の電波望遠鏡 P, Q の電気信号の和、すなわち波の重ね合わせにより解析する。望遠鏡 P での電波の位相が望遠鏡 Q での電波の位相と同じになる条件は振動数 f を用いると $(カ)$ が整数になるときである。これは干渉した波が $(キ)$ ことに相当する。

ここで具体的に電気信号の和を計算する。次ページの枠内に記された公式(1)~(6)のうち $(ク)$ を利用すると L, f, c, t のうち適切なものを用いて、重ね合わせた電気信号の和は $2aE \cos((ケ)) \sin((コ))$ と書ける。この数式は、時間変化する部分と変化しない部分に分けることができ、振動数が $(サ)$ で、 $A = | (シ) |$ の振幅をもつ単振動の波を示しているとみなすことができる。

これまでは $\theta = 30^\circ$ に固定して考えてきたが、ここからは一般の θ の場合について考える。この電気信号の和の振幅 A は θ の関数となっており、同一の振幅と振動数をもつ電波が来てもその電波の到来方向が異なると振幅 A は異なる。このことを利用して次のように測定の精度を決めることができる。波面と地表面の間の角度が θ の場合と、 $\theta + \Delta\theta$ の場合での振幅 A の違いを考える。 θ の場合の振幅 A は L, f, c, t のうち適切なものを用いて $|2aE \cos((ス) \sin \theta)|$ と書ける。 $\theta + \Delta\theta$ の場合は公式(1)~(6)のうち(1)を利用して $A = |2aE \cos((ス) (セ))|$ のように書き表せる。ここで $\Delta\theta$ は非常に小さいとして、公式(1)~(6)のうち $(ソ)$ と $(タ)$ を使うと $A \approx |2aE \cos((ス) (チ))|$ となり、振幅 A は $\Delta\theta$ を変数とする余弦(コサイン)関数の絶対値となっている。したがって $\Delta\theta$ が $(ツ)$ だけ変わる度に A は同じ値を繰り返す。これまで振動数 f を使って問題を考えてきたが、波長 λ を使うと $(ツ)$ は $(テ)$ のように書ける。仮に $\Delta\theta$ が $(テ)$ より十分小さいと、振幅 A は波面と地表面の間の角度が θ の場合でも、 $\theta + \Delta\theta$ の場合でもほとんど同じであるので、 θ の精度は $(テ)$ となる。このことから、波長 λ が $(ト)$ ほど、2 台の望遠鏡の距離 L が $(チ)$ ほど、 $(テ)$ が小さくなり、天体のより細かい構造を観測することができる。

公式

$$(1) \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$(2) \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$(3) \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$(4) \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$\Delta\theta$ の絶対値が 1 より十分小さいとき

$$(5) \sin \Delta\theta \doteq \Delta\theta$$

$$(6) \cos \Delta\theta \doteq 1$$





