5 (教育学部，理学部，医学部，工学部，農学部)

1 から 20 までの整数が 1 つずつ書かれた 20 枚のカードがある。以下の手順に従って，整数 T_1，T_2，T_3，… を順次定める。

① 1 枚のカードを取り出し，書かれている数を T_1 とし，取り出したカードをもとに戻す。
② 1 枚のカードを取り出し，書かれている数を T_1 にかけた値を T_2 とし，取り出したカードをもとに戻す。同様に，$n = 3, 4, 5, \cdots$ に対して，1 枚のカードを取り出し，書かれている数を T_{n-1} にかけた値を T_n とし，取り出したカードをもとに戻す。

自然数 n に対し，T_n が素数である確率を a_n とし，T_n が素数 2 個(同じ素数でもよい)の積である確率を b_n とする。なお，1 は素数ではない。

次の問いに答えよ。

(1) a_1，b_1 を求めよ。

(2) a_2，b_2 を求めよ。

(3) a_n を n の式で表せ。

(4) b_n を n の式で表せ。

数学の試験問題は次に続く。

6 （理学部，医学部，工学部工学科理型入試（社会デザインコースを除く））

次の問いに答えよ。

(1) 不等式 $x^2 - 4x - 4 \leqq -2|x-1|$ を解け。

(2) 関数 $f(x) = \log(\log x)$ の $x = e^2$ における微分係数 $f'(e^2)$ を求めよ。

(3) $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{n} e^{\frac{k}{n}}$ とおくとき，極限 $\displaystyle\lim_{n \to \infty} \frac{S_n}{n}$ を求めよ。

(4) 極限 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{3-2x} - \sqrt{3+2x}}{x}$ を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

7 （理学部，医学部，工学部工学科理型入試（社会デザインコースを除く））

$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で定義された関数 $f(x) = \sin x - \sin^2 x$ を考える。次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(2) $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ における $f(x)$ の増減を調べよ。

(3) $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ において，2つの曲線 $y = \sin x$ と $y = \sin^2 x$ で囲まれた図形を D とする。

(i) D の面積 S を求めよ。

(ii) D を x 軸のまわりに1回転させてできる回転体の体積 V を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

8　(理学部，医学部，工学部工学科理型入試(社会デザインコースを除く))

複素数平面上の 3 点 O(0)，P(z_1)，Q(z_2)をとる。ここで

$$z_1 = 2 - \sqrt{3}\,i, \quad z_2 = 5 + \sqrt{3}\,i$$

とする。ただし，i は虚数単位である。次の問いに答えよ。

(1)　$|z_1|$，$|z_2|$ を求めよ。

(2)　$\dfrac{z_2}{z_1}$ および ∠POQ を求めよ。

(3)　O を中心に P，Q をそれぞれ角 $\dfrac{\pi}{6}$ だけ回転させた点を P′($z_1{}'$)，Q′($z_2{}'$)とする。

　(i)　$z_1{}'$，$z_2{}'$ を求めよ。

　(ii)　線分 OQ と P′Q′ の交点を R(w)とする。w を求めよ。

　(iii)　△OPQ と △OP′Q′ の重なる部分の面積 S を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

9 (医学部)

1辺の長さが1の立方体がある。立方体の頂点PとQに対し，線分PQの長さが1であるとき，QをPと隣接する頂点という。

立方体上に，次の規則に従って位置が決まる点が1つある。その点を動点とよぶことにする。

① 時刻 $t=0$ において，動点は立方体のある頂点にいる。その頂点をOで表す。

② n を0以上の整数とする。時刻 $t=n+1$ において，動点は時刻 $t=n$ のときにいた頂点Pに $\frac{1}{4}$ の確率で留まるか，もしくはPと隣接する3つの頂点のいずれかへそれぞれ $\frac{1}{4}$ の確率で移る。

次の問いに答えよ。

(1) 時刻 $t=2$ において動点がOと隣接する頂点にいる確率を求めよ。

(2) 時刻 $t=3$ において動点がOと隣接する頂点にいる確率を求めよ。

(3) 時刻 $t=4$ において動点がOと隣接する頂点にいる確率を求めよ。

(4) 時刻 $t=5$ において動点がOと隣接する頂点にいる確率を求めよ。