

物 理

1 以下の説明文を読み、その後の問いに答えなさい。(配点 25)

図 1 に示すように、水平面に対する傾き θ の斜面上に、質量 m [kg] の密度が一様な立方体 A が点 P に置かれている。斜面と水平面は、なめらかに接続されているものとする。立方体 A と斜面の間の静止摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' とする。また、重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。

問 1 斜面の傾き θ を徐々に大きくしていったところ、立方体 A は角度 $\theta = \theta_0$ となったとき、転倒せず滑り始めた。このときの静止摩擦係数 μ を、角度 θ_0 を用いて表しなさい。

次に、斜面の傾きを θ_1 として、立方体 A を点 P に置き、静かに手を離すと、立方体 A は転倒せず斜面を滑り始めた。

問 2 立方体 A が点 P から距離 l [m] だけ離れた点 Q に到達したときの立方体 A の速度 v_Q [m/s] を、 g 、 l 、 θ_1 、 μ' を用いて表しなさい。

立方体 A は斜面を滑り下り、なめらかに水平面上に移動した。このときの立方体 A の速度は、図 1 に示す矢印の方向を正として v_0 [m/s] であった。立方体 B は、立方体 A と同じ大きさで質量は M [kg] で密度が一様であり、ばねで水平面上の壁に接続されている。なお、ばねは自然長で質量は無視でき、ばね定数は k [N/m] とする。

立方体 A はなめらかな水平面上を等速直線運動し、一直線上で立方体 B と正面から衝突した。この 1 回目の衝突について考える。立方体 A と立方体 B の衝突は弾性衝突である。ここで、立方体 A および立方体 B と水平面の摩擦は無視できるものとする。

問 3 衝突直後の立方体 B の速度 v_B [m/s] を、 v_0 、 m 、 M を用いて表しなさい。

問 4 衝突直後に立方体 A が負の方向（図 1 に示す矢印の方向と反対方向）にはね返るために必要な m と M の関係を示しなさい。

次に、立方体 B を異なる材質の立方体 C に変更した。図 2 に示すように立方体 C を図 1 と同じばねに接続し、ばねが自然長となる位置に置いた。立方体 C は立方体 B と同じ大きさで密度が一様であり、質量は同じ M とする。立方体 A は点 P から滑り下り、図 2 の矢印の方向に v_0 [m/s] の速度で等速直線運動し、一直線上で正面から立方体 C と衝突した。このときの衝突は完全非弾性衝突であり、立方体 A と立方体 C は一体となって運動し、ばねが縮んだ。この 1 回目の衝突について考える。なお、立方体 C と水平面の摩擦も無視できるものとする。

問 5 衝突の前後で失われた力学的エネルギー E [J] を、 v_0 , m , M を用いて表しなさい。

問 6 ばねの自然長からの最大の縮みの大きさ x_0 [m] を、 v_0 , m , M , k を用いて表しなさい。

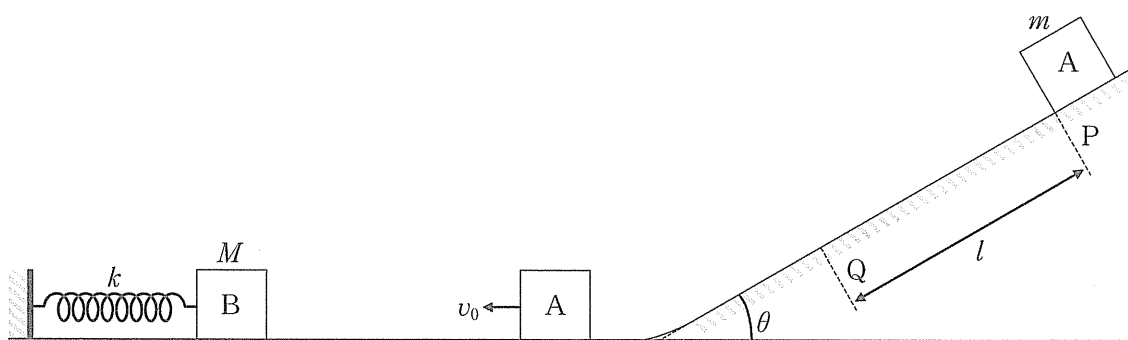


図 1

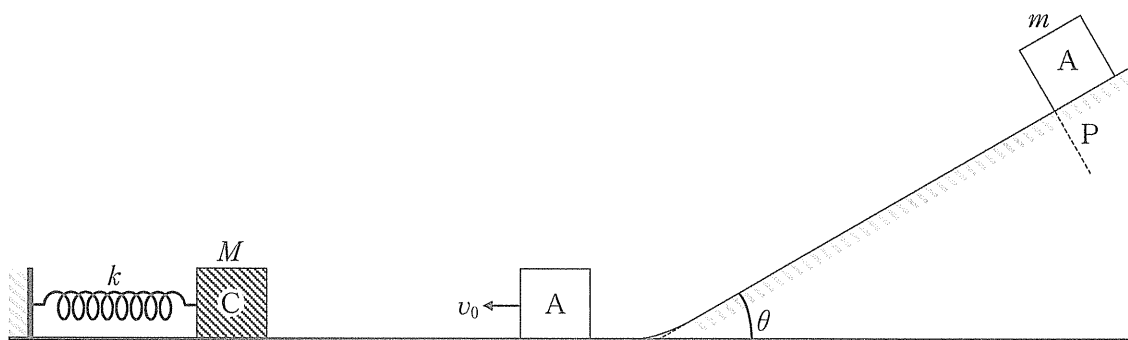


図 2

2 以下の説明文を読み、その後の問いに答えなさい。(配点 25)

図 1 のように 1 辺の長さが H [m] の立方体容器に閉じ込めた n [mol] の単原子分子の理想気体を考える。容器の体積は変化しないものとする。アボガドロ定数を N_A [1/mol] とすると、分子数は $N = nN_A$ となる。分子数 N は非常に大きな数で、分子は容器内で特定の方向にかたよることなく、あらゆる方向に運動している。ただし、分子同士の衝突は無視するものとする。容器の壁と分子との衝突は弾性衝突であるとする。 x 軸に垂直な壁のうち、 $x = H$ にあるものを壁 W_x とする。

分子 1 個の質量を m [kg]、気体の圧力を p [Pa]、気体の体積を $V (= H^3)$ [m³]、気体の絶対温度を T [K]、気体定数を R [J/(mol·K)] とする。

まず、速度 $\vec{v}$ [m/s] の 1 個の分子が壁 W_x と衝突する場合を考える。衝突前の分子の速度の x 成分、 y 成分、 z 成分の大きさを、それぞれ v_x [m/s]、 v_y [m/s]、 v_z [m/s] とする。

問 1 1 回の衝突で分子が壁 W_x におよぼす力積の大きさ [N·s] を、 m と v_x を用いて表しなさい。

問 2 分子が壁 W_x と衝突してからふたたび W_x に衝突するまでの時間 [s] を、 H と v_x を用いて表しなさい。

問 3 時間 t [s] の間に、壁 W_x が受ける力積の大きさを、 H 、 m 、 t 、 v_x を用いて表しなさい。

問 4 壁 W_x が受ける力の大きさの時間平均 $\bar{f}$ [N] を、 H 、 m 、 v_x を用いて表しなさい。

次に、 N 個の分子が壁 W_x と衝突することを考える。分子の速さの 2 乗 v^2 [m²/s²] と速度の x 成分の大きさの 2 乗 v_x^2 [m²/s²] のそれぞれについて、 N 個の平均を $\overline{v^2}$ 、 $\overline{v_x^2}$ とする。

問 5 $\overline{v_x^2}$ を、 $\overline{v^2}$ を用いて表しなさい。

問 6 壁 W_x が N 個の分子から受ける力の大きさの平均 $\bar{F}$ [N] を、 H 、 N 、 m 、 $\overline{v^2}$ を用いて表しなさい。

問 7 壁 W_x の受ける圧力 p を、 N 、 V 、 m 、 $\overline{v^2}$ を用いて表しなさい。

問 8 N 個の分子がもつ運動エネルギーの総和 E [J] を、 V 、 p を用いて表しなさい。

問 9 N 個の分子がもつ運動エネルギーの総和 E を、 N_A 、 N 、 R 、 T を用いて表しなさい。

問 10 実際に実験を行って測定したところ，気体の温度が 273K であるとき，分子 1 個の運動エネルギーの平均は $5.65 \times 10^{-21}\text{J}$ であった。ボルツマン定数 $k_B [\text{J/K}]$ を有効数字 3 桁で求めなさい。

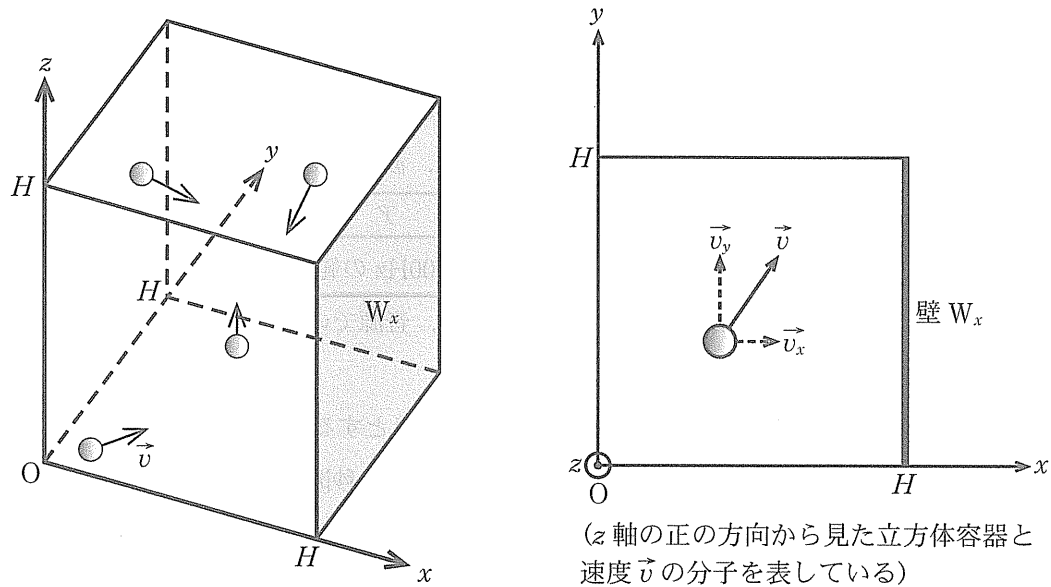


図 1

3 以下の説明文を読み、その後の問いに答えなさい。(配点 25)

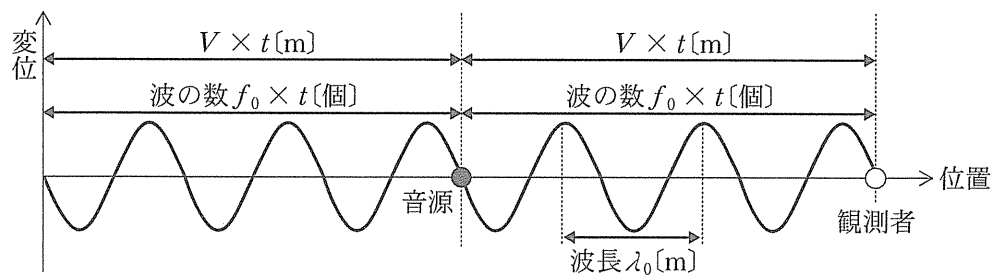
問 1 以下の本文中の ア ～ コ に適当な語句または式を記入しなさい。

空気中の音は圧縮と膨張を繰り返し、この振動が縦波（疎密波）となって空気中を伝わる。図 1 の波形は、このときの縦波の位置とその位置における音波の進行方向に対する媒質の変位を表す。音波の 1 秒あたりに振動する回数 f [Hz] を振動数という。また、波形の隣り合う山と山の間隔 λ [m] を波長という。音波の進む速さ v [m/s] は f , λ を用いて $v =$ ア [m/s] となる。

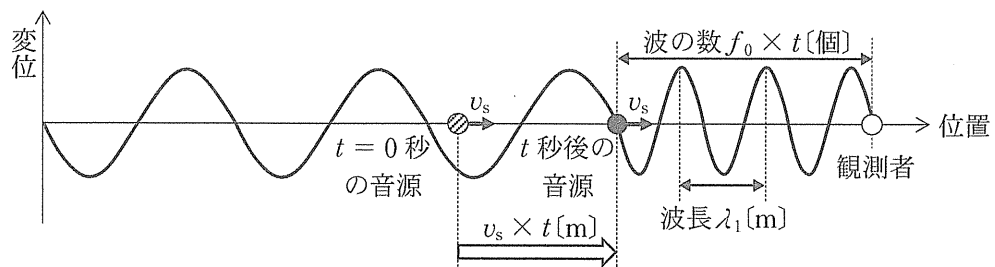
人の聞くことのできる音の振動数は、およそ 20 ～ 20,000 Hz の範囲で、この上限を超える音波を イ という。音源や観測者が移動することによって、音源での振動数と異なった振動数が観測される現象を ウ 効果という。

音源から発生する音波の速さを V [m/s]、振動数を f_0 [Hz] とする。図 1 (1) のように音源が停止している場合を考える。音源から音波が発せられてから、音波は t 秒間に $V \times t$ [m] 進んで観測者に到達する。このとき、音源と観測者の間には $f_0 \times t$ [個]（1 波長分の波を 1 個の波とする）の音波が入っている。それに対して、図 1 (2) のように音源が動きながら音波を発生する場合を考える。音源から生じる音波の波長は、音源の進む前方では エ なり、後方では オ なる。このとき、音源から観測者への向きを正として、音源の速度を v_s [m/s] とする。図 1 (2) に示すように、 t 秒後の音源と観測者の距離は、 $(V - v_s) \times t$ [m] となる。この距離の間に音源から発せられた $f_0 \times t$ [個] の音波が入っている。したがって、観測者が受け取る波長 λ_1 [m] は、 V , v_s , f_0 を用いて、 $\lambda_1 =$ カ [m] となる。このとき、観測者が受け取る音波の振動数 f_1 [Hz] は、 V , λ_1 を用いて、 $f_1 =$ キ [Hz] となる。また、この f_1 を V , v_s , f_0 を用いて表すと、 $f_1 =$ ク [Hz] となる。

次に、音源の進む向きが、音源と観測者を結ぶ直線に対して斜め方向に速度 v_s で進む場合について考える。音源の進行方向と音源から観測者を見た方向のなす角度を θ とする。音源と観測者を結ぶ方向の速度成分は $v_s \cos \theta$ を用いて、ケ [m/s] で表すことができる。観測者が受け取る音波の振動数 f_2 [Hz] は、 V , v_s , f_0 , θ を用いて、 $f_2 =$ コ [Hz] となる。



(1) 音源が停止



(2) 音源が移動

図 1

問 2 図 2 に示すように平面上に音源，観測者 A および観測者 B が配置されている。音源が 20 m/s の速度で観測者 A の方向に移動する場合について考える。以下の設問に答えなさい。なお，音源の振動数を 720 Hz，音の速さを 340 m/s とする。ただし，計算に必要な場合は， $\sqrt{2}$ を 1.41， $\sqrt{3}$ を 1.73 として，有効数字 3 桁で求めなさい。

- (1) 移動開始直後に音源から音波が発せられた。この音波を静止している観測者 A が受け取る時の振動数 f_A [Hz] を求めなさい。
- (2) 移動開始から 5 秒後に音源から音波が発せられた。この音波を静止している観測者 B が受け取る時の振動数 f_{B1} [Hz] を求めなさい。
- (3) 移動開始から 10 秒後に音源から音波が発せられた。この音波を静止している観測者 B が受け取る時の振動数 f_{B2} [Hz] を求めなさい。

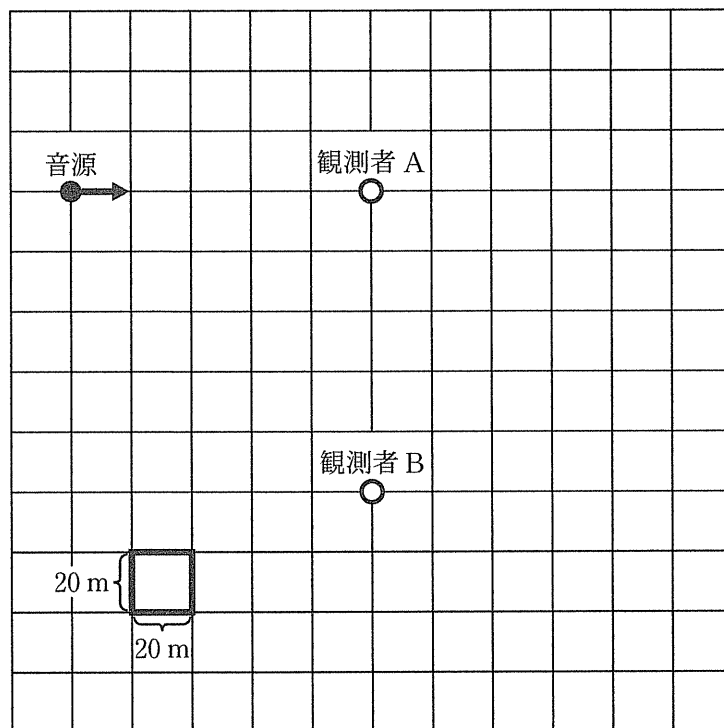


図 2

4 以下の説明文を読み、その後の問いに答えなさい。(配点 25)

図 1 のように、抵抗値 $R[\Omega]$ の抵抗、極板の間隔を自由に変更できる平行板コンデンサーからなる回路があり、角周波数 $\omega[\text{rad/s}]$ が一定の交流電源と接続されている。なお、交流電源の内部抵抗は十分小さく無視できるものとする。はじめに、平行板コンデンサーの極板の間隔を $d[\text{m}]$ にしたところ、電気容量が $C[\text{F}]$ となった。いま、図 1 の矢印の向きを正として、 $I[\text{A}]$ の電流が回路に流れている。この電流 I は時刻 $t[\text{s}]$ のときに、 $I = I_0 \sin \omega t$ で表せるものとする。必要であれば、 $A \sin \alpha + B \cos \alpha = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\alpha + \beta)$ (ただし、 β は $\tan \beta = \frac{B}{A}$ を満たす) を用いてもよい。

問 1 次の文中の空欄(ア)、(イ)に入れるのに最も適切なものを(a)～(c)の選択肢から選び、記号で答えなさい。

交流回路において、抵抗にかかる電圧の位相は抵抗に流れる電流の位相 (ア)。また、コンデンサーにかかる電圧の位相はコンデンサーに流れる電流の位相 (イ)。

[選択肢]

(a) と変わらない (b) より $\frac{\pi}{2}$ だけ進んでいる (c) より $\frac{\pi}{2}$ だけ遅れている

問 2 時刻 t における点 b を基準にした点 a の電位 $V_{ab}[\text{V}]$ 、および点 c を基準にした点 b の電位 $V_{bc}[\text{V}]$ を、 ω 、 t 、 I_0 、 C 、 R のうち必要なものを用いて表しなさい。

問 3 時刻 t における点 c を基準にした点 a の電位 $V_{ac}[\text{V}]$ を、 V_{ab} 、 V_{bc} を用いて表しなさい。

問 4 時刻 t における点 c を基準にした点 a の電位を $V_{ac} = V_0 \sin(\omega t + \theta)$ と表すとき、 $V_0[\text{V}]$ と $\tan \theta$ を、 ω 、 I_0 、 C 、 R のうち必要なものを用いて表しなさい。

平行板コンデンサーにかかる電圧を測定したところ、平行板コンデンサーにかかる電圧の位相が、交流電源から生じる電圧の位相より $\frac{\pi}{6}$ だけ遅れていた。

問 5 交流電源の角周波数 ω を、 C 、 R を用いて表しなさい。

次に、図1の回路に対して、図2のように平行板コンデンサーの極板の間隔のみを $\frac{d}{3}$ [m] に変更した。その結果、平行板コンデンサーの電気容量は C_1 [F] となった。その後、十分な時間がたったものとする。このとき、交流電源から生じる電圧の位相が回路に流れる電流の位相より γ [rad] だけ進んでいるものとする。なお、 $-\frac{\pi}{2} \leq \gamma \leq \frac{\pi}{2}$ を満たす。

問 6 このときの $\tan \gamma$ を、 ω 、 C 、 R を用いて表しなさい。

問 7 平行板コンデンサーにかかる電圧を測定したところ、平行板コンデンサーにかかる電圧の位相が、交流電源から生じる電圧の位相より φ [rad] だけ遅れていた。 φ を求めなさい。

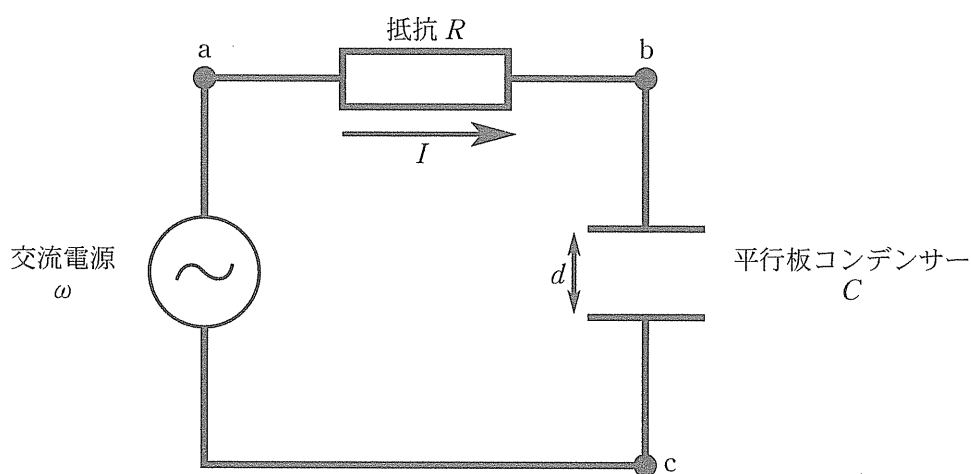


図 1

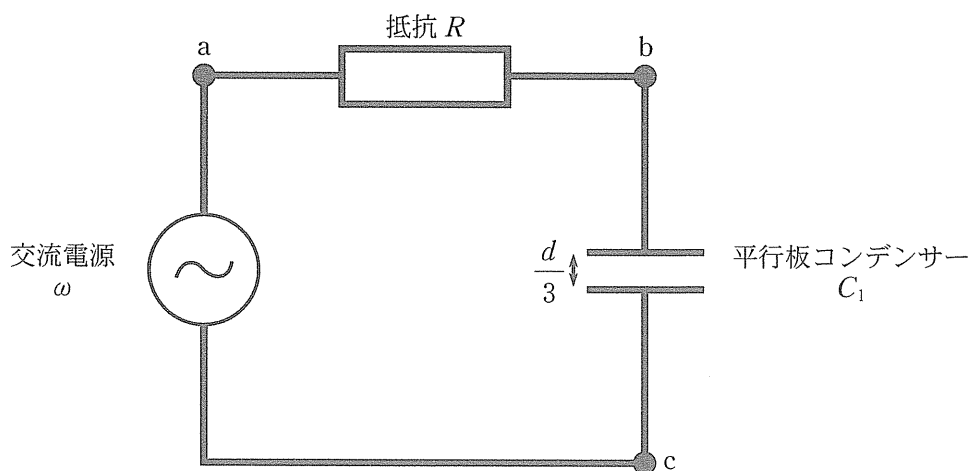


図 2