令和２年度

医学科一般入試（前期日程）

問題冊子

数　　学

（注　意）

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか２ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
4. 解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
   ただし解答欄が不足する場合は，下書欄（裏面）にはみだしてもよい。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は，無効にすることがある。
7. 本学受験票及び大学入試センター試験受験票を机の右上に出しておくこと。
8. 試験時間は120分である。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答用紙は持ち帰らないこと。

数　　学

（各問 50 点）

1　2 つの関数

$$f(x) = xe^x$$
$$g(t) = \int_{-1}^{2} |t - f(x)|\,dx$$

を考える。区間 $-1 \leqq x \leqq 2$ における $f(x)$ の最小値を m，最大値を M とする。

(1)　m，M を求めよ。

(2)　t が実数全体を動くとき，$g(t)$ を最小にする t の値と，$g(t)$ の最小値を求めよ。

(3)　$\displaystyle\int_{m}^{M} g(t)\,dt$ を求めよ。

2　a，b を異なる正の実数とする。次で表される xy 平面上の円 C と楕円 E を考える。

$$C : x^2 + y^2 = a^2 + b^2$$
$$E : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

C 上の点 A から E に引いた 2 本の接線が C と再び交わる点をそれぞれ P，Q とする。

(1)　AP ⊥ AQ を示せ。

(2)　A が C 上を動くとき，△APQ の面積を最大，最小にする A の座標をそれぞれ求めよ。

3 i は虚数単位とする。実数 t に対して，複素数

$$w = \frac{1}{1+ti}$$

を考える。w の偏角を $\theta(t)\ (-\pi \leqq \theta(t) < \pi)$ とする。

(1) t が実数全体を動くとき，複素数平面上の点 w の描く図形を図示せよ。

(2) $\displaystyle\lim_{t \to 0} \frac{\sin\theta(t)}{t}$ を求めよ。

(3) $\displaystyle\lim_{t \to 0} (\cos\theta(t))^{\frac{1}{t^2}}$ を求めよ。

4 k を正の整数とし，k 以下の正の整数全体の集合を U とする。すなわち，$U = \{1, \cdots, k\}$ である。U の部分集合 A と U の要素 x に対して $f_A(x)$ を，$x \in A$ ならば $f_A(x) = 1$，$x \notin A$ ならば $f_A(x) = 0$ と定める。例えば $k = 3$，$A = \{2, 3\}$ のとき，$f_A(1) = 0$，$f_A(2) = 1$，$f_A(3) = 1$ である。また，U の部分集合 A に対して，A の要素の個数を $n(A)$ で表す。

(1) A，B を U の部分集合，$\overline{A}$ を U に関する A の補集合とする。

$$f_{\overline{A}}(x) = 1 - f_A(x),\ f_{A \cap B}(x) = f_A(x) f_B(x)$$

を示せ。

(2) A を U の部分集合とする。$n(A)$ を $f_A(1)$，$\cdots$，$f_A(k)$ すべてを用いて表せ。

(3) A_1，A_2，A_3，A_4 を U の部分集合，A_1，A_2，A_3，A_4 の少なくとも一つに属する要素全体の集合を P とする。

$$f_P(x) = 1 - (1 - f_{A_1}(x))(1 - f_{A_2}(x))(1 - f_{A_3}(x))(1 - f_{A_4}(x))$$

を示せ。

(4) (3)の A_1，A_2，A_3，A_4 と P について考える。整数 1，2，3，4 から異なる p 個を選んで i_1，$\cdots$，i_p とし，A_{i_1}，$\cdots$，A_{i_p} のどれにも属する要素全体の集合 S をつくる。i_1，$\cdots$，i_p の選び方 ${}_4C_p$ 通りをすべて考え，それぞれが定める集合 S を任意に並べて $S_1^{(p)}$，$\cdots$，$S_{{}_4C_p}^{(p)}$ とおく。さらに，$s(p) = \displaystyle\sum_{i=1}^{{}_4C_p} n(S_i^{(p)})$ とする。このとき，$n(P) = s(1) - s(2) + s(3) - s(4)$ を示せ。