

# 数 学

(数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数A，数B)

9：00～11：00

## 注 意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題紙を開いてはならない。

2. 問題紙は3ページある。

3. 解答用紙は

解答用紙番号
数学0—1

(問①用)，

解答用紙番号
数学0—2

(問②用)，

解答用紙番号
数学0—3

(問③用)，

解答用紙番号
数学0—4

(問④用)，

解答用紙番号
数学0—5

(問⑤用)の5枚である。

4. 解答用紙は5枚とも全部必ず提出せよ。

5. 受験番号および座席番号(上下2箇所)は，監督者の指示に従って，すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。

6. 各問に対する解答は，それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。  
ただし，裏面を使用してはならない。

7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。

8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。

9. 下書き用紙は回収しない。

## 解 答 上 の 注 意

採点時には，結果を導く過程を重視するので，必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

1 三角形 OAB において、辺 AB を 2 : 1 に内分する点を D とし、直線 OA に関して点 D と対称な点を E とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$  とし、 $|\vec{a}| = 4$ 、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$  を満たすとする。

(1) 点 B から直線 OA に下ろした垂線と直線 OA との交点を F とする。

$\vec{OF}$  を  $\vec{a}$  を用いて表せ。

(2)  $\vec{OE}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  を用いて表せ。

(3) 三角形 BDE の面積が  $\frac{5}{9}$  になるとき、 $|\vec{b}|$  の値を求めよ。

2  $a$  を  $a \neq -3$  を満たす定数とする。放物線  $y = \frac{1}{2}x^2$  上の点 A  $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$  における接線を  $l_1$ 、点 B  $\left(a+2, \frac{(a+2)^2}{2}\right)$  における接線を  $l_2$  とする。 $l_1$  と  $l_2$  の交点を C とおく。

(1) C の座標を  $a$  を用いて表せ。

(2)  $a$  が  $a > 0$  を満たしながら動くとき、 $\frac{|AB|}{|BC|}$  が最小となるとき  $a$  の値を求めよ。ただし、 $|AB|$  および  $|BC|$  はそれぞれ線分 AB と線分 BC の長さを表す。

3 正の実数  $x, y$  が、方程式

$$\frac{9^{4x} + 9^{y^2+1}}{6} = 3^{4x+y^2} \quad \dots\dots (*)$$

を満たすとする。

(1)  $y^2$  を  $x$  を用いて表せ。

(2) 正の実数  $x, y$  が (\*) および  $1 - \frac{x}{y} > 0$  を満たしながら動くとき、

$$\frac{1}{\log_{1+\frac{x}{y}} 4} + \frac{1}{\log_{1-\frac{x}{y}} 4}$$

の最大値を求めよ。

4  $a_1 = 2, b_1 = 1$  および

$$a_{n+1} = 2a_n + 3b_n, \quad b_{n+1} = a_n + 2b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められた数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  がある。  $c_n = a_n b_n$  とおく。

- (1)  $c_2$  を求めよ。
- (2)  $c_n$  は偶数であることを示せ。
- (3)  $n$  が偶数のとき、  $c_n$  は 28 で割り切れることを示せ。

5 座標平面上で、媒介変数  $\theta$  を用いて

$$x = (1 + \cos \theta) \cos \theta, \quad y = \sin \theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

と表される曲線  $C$  がある。  $C$  上の点で  $x$  座標の値が最小になる点を  $A$  とし、 $A$  の  $x$  座標の値を  $a$  とおく。  $B$  を点  $(a, 0)$ 、  $O$  を原点  $(0, 0)$  とする。

- (1)  $a$  を求めよ。
- (2) 線分  $AB$  と線分  $OB$  と  $C$  で囲まれた部分の面積を求めよ。