令和３年度(前期日程)
入学者選抜学力検査問題

数　学 ③

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間　120分

医学部(医学科)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. **各解答紙の２箇所に受験番号を必ず記入しなさい。**
   なお，解答紙には，必要事項以外は記入してはいけません。
3. **解答は，必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。**
4. 試験開始後，この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば，手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. この冊子の白紙と余白部分は，適宜下書きに使用してもかまいません。
6. 試験終了後，解答紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後，この冊子は持ち帰りなさい。

※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1 空間の点Oを通らない平面αをとる。α上の3点A，B，Cは三角形をなすとし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$とおく。$k$を1より大きい定数とする。直線$\ell$は媒介変数$t$を用いて

$$\frac{k}{3}(\vec{b}+2\vec{c})+\frac{tk}{3}(2\vec{a}-\vec{b}-\vec{c})$$

と表せるとする。ℓ上を点Xが動くとき，2点O，Xを通る直線と平面αの交点Yの軌跡をmとする。

(問 1) △ABCの各辺とmとの交点の個数をそれぞれ求めよ。また，交点がある場合，各交点Zについて，$\overrightarrow{\mathrm{OZ}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いてそれぞれ表せ。

(問 2) A，Bの中点をDとする。ℓを含みαに平行な平面をβとし，O，Dを通る直線と平面βの交点をEとする。点Oとm上の点Yを通る直線は2点E，Cを通る直線と交点をもつとし，その交点をFとする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OF}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$および$k$を用いて表せ。

2 複素数wは実部，虚部ともに正であるとする。相異なる複素数α，β，γは

$$\{(w+2)\alpha\}^2+(w\beta)^2-(2\gamma)^2=4(w+2)\alpha^2+2w^2\alpha\beta-8\alpha\gamma$$

を満たすとする。α，β，γを表す複素数平面上の点をそれぞれA，B，Cとする。

(問 1) $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$の偏角$\theta$ $(0\leqq\theta<2\pi)$のとりうる範囲を求めよ。

(問 2) △ABCが正三角形であるときのwの値を求めよ。

(問 3) △ABCが正三角形であるとする。$w=\alpha$かつ△ABCの重心が点$\dfrac{w^2}{2}$であるとき，βとγの値を求めよ。

3 媒介変数 t を用いて表された曲線

$$C : x = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t}),\ \ y = \frac{1}{2}(e^t - e^{-t})$$

を考える。

(問 1) 点 M の座標を $(0,\ 1)$ とする。曲線 C 上の点 P に対して，MP を最小にする t の値 t_0 を求めよ。

(問 2) (問 1)の t_0 に対する曲線 C 上の点を Q とする。Q における C の接線を ℓ とするとき，曲線 C と接線 ℓ および x 軸で囲まれた部分 D の面積を求めよ。

(問 3) (問 2)の D を y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

4 次の問いに答えよ。

(問 1) n を正の整数とするとき，定積分 $\displaystyle\int_0^{2\pi} |\sin nx - \sin 2nx|\,dx$ を求めよ。

(問 2) c を正の数とするとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^{c} |\sin nx - \sin 2nx|\,dx$ を求めよ。