

数学 甲(数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B)

この冊子には、問題として **1**、**2**、**3**、**4** が出題されている。
全問解答すること。

注意事項

1. 受験番号を所定の欄に記入すること。
2. 解答は、必ず解答欄に記入すること。
3. 解答時間は、120分である。

受験番号

最後のページの受験番号欄にも受験番号を記入すること。

1 関数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 7$ を考える。次の問いに答えよ。(50点)

問1 方程式 $f(x) = 0$ を解け。

問2 $f(x)$ が $x = \alpha, \beta$ (ただし $\alpha < \beta$) で極値をとるとき、 α と β を求めよ(極値を求める必要はない)。

問3 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれる領域のうち、 $\alpha \leq x \leq \beta$ を満たす部分の面積を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問1	
問2	
問3	
小計	

2 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2e^{-a_n} - 1 + a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。次の問いに答えよ。ただし、 $2 < e < 3$ であることは証明なしに用いてよい。(50 点)

問1 $f(x) = e^{-x} - 1 + x$ とする。 $0 < x < 1$ のとき、不等式

$$0 < f(x) < \frac{2}{3}x$$

が成り立つことを示せ。

問2 $b_n = a_n - \log 2$ とする。すべての正の整数 n について $0 < b_n < 1$ となることを、数学的帰納法を用いて証明せよ。

問3 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採 点 欄	
問 1	
問 2	
問 3	
小 計	

3 xy 平面上で、極方程式

$$r = \frac{1}{1 + \cos \theta}$$

により与えられる曲線 C を考える。次の問いに答えよ。(50 点)

問1 曲線 C の概形を図示せよ。

問2 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とし、曲線 C 上の、極座標が (r, θ) である点 P を考える。

点 P における曲線 C の接線の傾きは $-\frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$ であることを示せ。

問3 問2の点 P から y 軸におろした垂線と y 軸との交点を H 、原点を O とする。

$\angle OPH$ の二等分線と、点 P における曲線 C の接線は直交することを示せ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採 点 欄	
問1	
問2	
問3	
小計	

4 袋 A には赤玉が1個と白玉が2個、袋 B には赤玉が3個と白玉が2個入っている。袋 B から玉を2個取り出して袋 A に入れ、よく混ぜてから、袋 A から玉を1個取り出して、色を見てから袋 A に戻す。さらに、よく混ぜてから、もう一度袋 A から玉を1個取り出す。このとき、次の問いに答えよ。(50点)

問1 袋 B に白玉がちょうど1個残っている確率を求めよ。

問2 袋 A から最初に取り出す玉が白玉である確率を求めよ。

問3 袋 A から二度とも白玉を取り出す確率を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問1	
問2	
問3	
小計	