

令和3年度入試  
個別学力試験問題(前期日程)

数 学

〔医学部・医学科〕  
〔総合理工学部・数理科学科〕

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は3ページ、解答用紙は5枚です。指示があってから確認し、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 問題 **1** ~ **3** は必答問題、問題 **4** と **5** は選択問題です。  
**4** と **5** のいずれか1問を選択し、解答用紙の選択欄に○印を記入の上、解答してください。選択欄の○印が **4** と **5** の両方に記入されている場合、又はどちらにも記入されていない場合は、選択問題の得点は0点として取り扱います。
4. 解答はすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
5. 解答用紙の裏面を使ってはいけません。
6. 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示してください。小問に分けられているときは、小問の結論を明示してください。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
8. 試験終了後、問題紙は持ち帰ってください。

□1 【必答問題】  $t$  を実数とする。次の問いに答えよ。

(1)  $\left(x + \frac{t}{x}\right)^3$  を展開せよ。

(2) 2つの実数  $a, b$  に対して、 $f(x) = x^3 + ax + b$  とする。 $x$  についての整式  $x^3 f\left(x + \frac{t}{x}\right)$  において  $x^4$  の係数、 $x^3$  の係数および  $x^2$  の係数を求めよ。

(3) 3次方程式  $x^3 + 3x - 1 = 0$  は正の実数解  $\alpha$  をただ1つもつ。 $\alpha$  を求めよ。

□2 【必答問題】  $\alpha$  と  $\beta$  を実数とし、 $\alpha < 4$ 、 $\beta \neq 4$ 、 $\alpha < \beta$  をみたすとする。数列  $\{a_n\}$  を  $a_1 = 4$ 、 $a_{n+1} = \frac{4a_n + 10}{a_n + 1}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) で定め、数列  $\{b_n\}$  を  $b_n = \frac{a_n - \beta}{a_n - \alpha}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) で定める。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $\alpha = \frac{1}{5}$ 、 $\beta = \frac{6}{5}$  のとき、 $b_2$  を求めよ。

(2) 数列  $\{b_n\}$  が等比数列となるような  $\alpha$ 、 $\beta$  を1組求めよ。

(3) (2) で求めた  $\alpha$ 、 $\beta$  に対して、 $-10^{-78} < b_n < 10^{-78}$  となる最小の自然数  $n$  を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$  とする。

3 【必答問題】1から6の数字が1つずつ書かれた6枚のカードをテーブルの上に横一列に並べ、以下の操作を行う。

操作

2つのサイコロを投げ、その出た目の数を  $i, j$  とする。

- $i \neq j$  の場合  
 $i$  と書かれたカードと  $j$  と書かれたカードが共にテーブルの上であればそれらを交換し、そうでなければ何もしない。
- $i = j$  の場合  
 $i$  と書かれたカードがテーブルの上であればそれを取り除き、そうでなければ何もしない。

初めにカードは左から順に1, 2, 3, 4, 5, 6と並んでいるとする。操作を  $n$  回繰り返し行ったとき、次の確率を既約分数で答えよ。

- (1)  $n = 2$  のとき、テーブルの上に並んでいるカードが左から順に1, 2, 3, 4, 5, 6である確率
- (2)  $n = 3$  のとき、テーブルの上にカードがちょうど3枚残っている確率
- (3)  $n = 3$  のとき、テーブルの上に2, 5のカードはなく、2, 5以外のすべてのカードが残っており、かつ左端が1で右端が6である確率

□4 【選択問題】複素数平面上の異なる3点  $A(\alpha)$ ,  $B(\beta)$ ,  $C(\gamma)$  は  $AB = AC$  かつ  $\angle BAC = \frac{2\pi}{n}$  ( $n$  は3以上の自然数) をみたすとする。次の問いに答えよ。

(1)  $n = 3$  のとき,  $\left| \frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha} \right|$  と  $\arg \left( \frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha} \right)$  を求めよ。ただし,

$$-\pi < \arg \left( \frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha} \right) \leq \pi$$

とする。

(2)  $n = 3$  のとき,  $(\gamma - \alpha)^2 + (\gamma - \alpha)(\beta - \alpha) + (\beta - \alpha)^2 = 0$  が成り立つことを示せ。

(3) 3以上の自然数  $n$  に対し,  $\sum_{k=1}^n (\gamma - \alpha)^{n-k} (\beta - \alpha)^{k-1} = 0$  が成り立つことを示せ。

□5 【選択問題】  $f(x) = \frac{3x+1}{2x+1}$  とおく。曲線  $y = f(x)$  と直線  $y = x$  との交点を  $(\alpha, \alpha)$ ,  $(\beta, \beta)$  ( $\alpha < \beta$ ) とする。次の問いに答えよ。

(1)  $\alpha$  と  $\beta$  を求めよ。

(2)  $\alpha \leq x \leq \beta$  において曲線  $y = f(x)$  と直線  $y = x$  によって囲まれた図形の面積を求めよ。

(3) 点  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$  に関して曲線  $y = f(x)$  と対称な曲線の方程式を求めよ。