

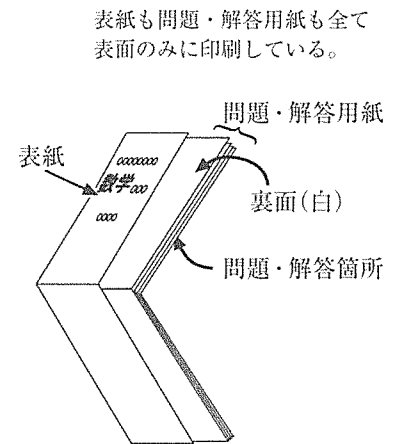
令和3年度入学試験問題

数 学 202

(前 期 日 程)

(注意事項)

- 1 問題・解答用紙は、係員の指示があるまで開かないこと。
- 2 この表紙を除いて、問題・解答用紙は4枚である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。
- 3 解答は、問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。
指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。
裏面に解答したのも採点しない。
- 4 解答開始後、各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。
- 5 表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。
- 6 表紙を含め、配付した用紙はすべて回収する。



数 学 202 その 1

第1問 1辺の長さが2の正四面体OABCがある。点Pは $3\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{AP} + 2\overrightarrow{PB}$ を満たす。 $\triangle ABC$ の重心をGとし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。

- (1) \overrightarrow{OP} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。
- (2) 直線PGと平面OBCの交点をQとする。 \overrightarrow{OQ} を \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。
- (3) 点Dは平面OAC上を動く。(2)の点Qに対して、 $|\overrightarrow{QD}|$ の最小値を求めよ。

[第1問の解答箇所]

数 学 202 その 2

第2問 曲線 $C: x^2 - y^2 = 1$ ($x \geq 0, y \geq 0$) 上に点 $P(a, b)$ ($a > 0, b > 0$) をとる。曲線 C 上の点 P における接線を l とし、点 P と原点を通る直線を m とする。 l と m および x 軸で囲まれた部分の面積を S_1 とし、 C と l および x 軸で囲まれた部分の面積を S_2 とする。また、 C と直線 $x = a$ および x 軸で囲まれた部分の面積を S_3 とする。

(1) S_1 を a, b を用いて表せ。

(2) $t \geq 0$ に対し、 $f(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$, $g(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$ とする。点 $(f(t), g(t))$ は C 上にあることを示せ。

(3) (2) の $f(t), g(t)$ に対し、正の実数 s は $f(s) = a, g(s) = b$ を満たすとする。 S_3 を s を用いて表せ。

(4) 点 P が、 C から点 $(1, 0)$ を除いた曲線上を動くとする。 $S_1 - S_2$ の最大値と、そのときの点 P の座標を求めよ。

[第2問の解答箇所]

数 学 202 その3

第3問 a, b を整数, c を平方数ではない自然数として, $r = \frac{b + \sqrt{c}}{a + \sqrt{c}}$, $n = r - \frac{1}{r}$ とする。ただし, 平方数とはある自然数の2乗で表される数のことである。また, \sqrt{c} が無理数であることは証明なしに用いてよい。

- (1) $c = 5$, $r = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ であるとき, a, b および n を求めよ。
- (2) $a = -1$ とする。 n が自然数となる組 (b, c, n) をすべて求めよ。
- (3) $n = -a$ かつ $a < -1$ となる組 (b, c, n) をすべて求めよ。

[第3問の解答箇所]

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 4

第4問 袋Aと袋Bのどちらの袋にも赤玉2個、白玉2個、青玉2個の合計6個の玉が入っている。袋Aと袋Bから同時に1個ずつ玉を取り出し、この2個の玉の色が一致しているかどうかを確認する作業を、袋から取り出す玉がなくなるまで6回繰り返す。ただし、取り出した玉は袋に戻さないものとする。

- (1) 玉の色が1度も一致しない確率を求めよ。
- (2) 1回目に玉の色が一致するとき、2回目に玉の色が一致する条件付き確率を求めよ。
- (3) 1回目から3回目までに玉の色が少なくとも1度一致するとき、6回の作業で玉の色がちょうど2度一致する条件付き確率を求めよ。

[第4問の解答箇所]

小計	点
----	---