（前期日程）

令和４年度　数　学

問題の選択方法

以下に示す問題を解答すること。

学部	学科等	解答する問題
教育学部	学校教育教員養成課程 （「数Ⅰ・数Ⅱ・数Ａ・数Ｂ」　受験者）	1 2 3
	学校教育教員養成課程 （「数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数Ａ・数Ｂ」　受験者）	2 3 4
理学部	理学科　数学受験	4 5 6
医学部	医学科	4 5 6
工学部	工学科　**理型**入試 （社会デザインコースを除く）	4 5 6
	工学科　**文理型**入試 （社会デザインコース）	1 2 3
農学部	全学科	1 2 3

注意事項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は，７ページあります。

試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。

4　解答は，すべて解答用紙の指定のところに記入しなさい。

5　問題冊子の余白は下書きに使用してよい。

6　解答用紙はすべて机の上に出しておくこと。机の中に入れてはいけません。

1 **(教育学部(「数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B」受験者)，工学部工学科文理型入試(社会デザインコース)，農学部)**

以下の問いに答えよ。

(1) t を実数とする。原点を中心とする半径1の円と，2点 A$(-1,\ 0)$，B$(0,\ t)$ を通る直線との2つの交点のうち，Aでない交点をCとする。Cの座標を t を用いて表せ。

(2) 2次方程式 $x^2 - 3x + 4 = 0$ の2つの解を α，β とするとき，$\alpha^3 + \beta^3$ の値を求めよ。

(3) $m^2 - mn - 2n^2 = 22$ を満たす自然数の組 $(m,\ n)$ をすべて求めよ。

(4) 赤玉4個，白玉3個，黒玉2個が入っている袋から，3個の玉を同時に取り出すとき，取り出した玉の色がすべて異なる確率を求めよ。

(5) 次の和を求めよ。

$$\sum_{n=1}^{98} \frac{1}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}}$$

数学の試験問題は次に続く。

2 （教育学部，工学部工学科文理型入試（社会デザインコース），農学部）

以下の問いに答えよ。

(1) n を自然数とするとき，

$$1^2+3^2+5^2+\cdots+(2n-1)^2={}_{2n+1}\mathrm{C}_3$$

が成り立つことを数学的帰納法によって証明せよ。

(2) θ が $\dfrac{\pi}{3} \leqq \theta < \pi$ を満たすとき，

$$0<\frac{\cos\theta+1}{\sin\dfrac{\theta}{2}+1}\leqq 1$$

が成り立つことを証明せよ。

(3) 関数 $y=|x-1|-2|x+1|$ $(-4 \leqq x \leqq 2)$ の最大値，最小値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

3 （教育学部，工学部工学科文理型入試（社会デザインコース），農学部）

n を自然数とし，p を正の実数とする。放物線

$$C : y = -x^2 + 4$$

上に点 $\mathrm{P}(p,\ -p^2+4)$，$\mathrm{Q}(-p,\ -p^2+4)$ がある。C 上の点 P における接線を ℓ_1 とし，点 P と点 $(0,\ -n)$ を通る直線を ℓ_2 とする。以下の問いに答えよ。

(1) ℓ_1 の傾きを p を用いて表せ。

(2) ℓ_2 の傾きを p，n を用いて表せ。

(3) ℓ_1 と ℓ_2 が垂直であるとき，p を n を用いて表せ。

(4) ℓ_1 と ℓ_2 が垂直であるとき，直線 PQ と C で囲まれる部分の面積 S_n を求めよ。

(5) (4) で求めた S_n について，$S_n \geqq 288$ となる n の最小値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

4 （教育学部（「数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B」受験者），理学部，医学部，工学部工学科理型入試（社会デザインコースを除く））

次の $\boxed{}$ に適する数を，解答用紙の指定のところに記入せよ。

(1) $f(x) = \sin^2\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right)$ のとき，$f'(0) = \boxed{ア}$ である。

(2) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{ax+4} - b}{x} = 1$ が成り立つとき，$a = \boxed{イ}$，$b = \boxed{ウ}$ である。

(3) p，q を正の実数とし，空間内の4点 $A(p,\ 1,\ 0)$，$B(p,\ -1,\ 0)$，$C(-q,\ 0,\ 0)$，$D(0,\ 0,\ 1)$ を考える。$\triangle ABC$ が正三角形で，2つのベクトル $\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{BC}$ が垂直であるとき，$p = \boxed{エ}$，$q = \boxed{オ}$ である。

(4) z，w を $|z| = 2$，$|w| = 5$ を満たす複素数とする。$z\overline{w}$ の実部が3であるとき，$|z - w| = \boxed{カ}$ である。

(5) 関数 $f(x)$ が $f(x) = x + \displaystyle\int_0^{\pi} f(t)\sin t\,dt$ を満たすとき，$f(0) = \boxed{キ}$ である。

(6) 媒介変数 $t > 0$ を用いて $x = t + e^t$，$y = 2 + \log t$ と表された曲線の $t = 1$ に対応する点における接線の方程式は，$y = \boxed{ク}\,x + \boxed{ケ}$ である。

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{5}$ **(理学部，医学部，工学部工学科理型入試(社会デザインコースを除く))**

以下の問いに答えよ。

(1) $\{a_n\}$ を初項が 6，公差が 3 の等差数列，$\{b_n\}$ を初項が 3，公比が 2 の等比数列とする。

(i) a_2，a_3，b_2，b_3 を求めよ。

(ii) すべての $n \geqq 4$ について $a_n < b_n$ となることを証明せよ。

(2) s，t を実数とする。x についての 2 次方程式 $x^2 + sx + t = 0$ のすべての解の実部が負であるような点 (s, t) の領域を st 平面上に図示せよ。

(3) 関数 $y = |x - 1| - 2|x + 1|$ $(-4 \leqq x \leqq 2)$ の最大値，最小値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

6 (理学部，医学部，工学部工学科理型入試(社会デザインコースを除く))

以下の問いに答えよ。

(1) tは$0 < t < 1$であるとする。座標平面上を動く点Qを考える。Qは次の規則(＊)に従う移動を繰り返す。

> Qが点$(x,\ y)$にいるとき，
> (＊)　点$(x+3,\ y+2)$または点$(x+2,\ y+5)$のどちらかに
> それぞれ確率t，確率$1-t$で移動する。

nを自然数とし，はじめ原点にいたQがn回移動したとき，直線$y=x$上にいる確率をP_nとおく。

(i) $\vec{a}=(3,\ 2)$，$\vec{b}=(2,\ 5)$とする。次の条件(#)を満たす自然数の組$(\ell,\ m)$をすべて求めよ。

> (#)　原点に関する位置ベクトルが$\ell\vec{a}+m\vec{b}$となる点が
> 直線$y=x$上にある。

(ii) (i)で求めた$(\ell,\ m)$について，$\ell+m$のとりうる値の最小値をNとする。このとき，P_1，P_2，…，P_N，P_{N+1}，…，P_{2N}を求めよ。

(iii) tが$0 < t < 1$の範囲を動くとき，(ii)で求めたP_Nが最大となるtを求めよ。

(2)　x を実数とし，無限等比級数

$$(\diamondsuit)\quad \frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+1)^4}+\frac{1}{(x+1)^6}+\cdots+\frac{1}{(x+1)^{2n}}+\cdots$$

を考える。

(i)　無限等比級数(◇)が収束するような x の値の範囲を求めよ。

(ii)　x が (i) で求めた範囲にあるとき，無限等比級数(◇)の和を求めよ。

(iii)　(ii) で求めた和を $f(x)$ とおく。k を 2 以上の自然数とするとき，曲線 $y=f(x)$ と，直線 $x=1$，$x=k$，および x 軸で囲まれた部分の面積 S_k を求めよ。

(iv)　(iii) で求めた S_k について，極限 $\lim_{k \to \infty} S_k$ を求めよ。