

数 学

(数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数A，数B)

9：00～11：00

注 意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は3ページある。

3. 解答用紙は
- | |
|--------|
| 解答用紙番号 |
| 数学0—1 |
- (問①用)，
- | |
|--------|
| 解答用紙番号 |
| 数学0—2 |
- (問②用)，
- | |
|--------|
| 解答用紙番号 |
| 数学0—3 |
- (問③用)，
- | |
|--------|
| 解答用紙番号 |
| 数学0—4 |
- (問④用)，
- | |
|--------|
| 解答用紙番号 |
| 数学0—5 |
- (問⑤用)の5枚である。

4. 解答用紙は5枚とも全部必ず提出せよ。
5. 受験番号および座席番号(上下2箇所)は，監督者の指示に従って，すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
6. 各問に対する解答は，それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。
ただし，裏面を使用してはならない。
7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
9. 下書き用紙は回収しない。

解 答 上 の 注 意

採点時には，結果を導く過程を重視するので，必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

- 1 $0 \leq a \leq b \leq 1$ をみたす a, b に対し、関数

$$f(x) = |x(x-1)| + |(x-a)(x-b)|$$

を考える。 x が実数の範囲を動くとき、 $f(x)$ は最小値 m をもつとする。

- (1) $x < 0$ および $x > 1$ では $f(x) > m$ となることを示せ。
- (2) $m = f(0)$ または $m = f(1)$ であることを示せ。
- (3) a, b が $0 \leq a \leq b \leq 1$ をみたして動くとき、 m の最大値を求めよ。

- 2 a は $a \neq 1$ をみたす正の実数とする。 xy 平面上の点 $P_1, P_2, \dots, P_n, \dots$ および $Q_1, Q_2, \dots, Q_n, \dots$ が、すべての自然数 n について

$$\overrightarrow{P_n P_{n+1}} = (1-a) \overrightarrow{P_n Q_n}, \quad \overrightarrow{Q_n Q_{n+1}} = \left(0, \frac{a^{-n}}{1-a}\right)$$

をみたしているとする。また、 P_n の座標を (x_n, y_n) とする。

- (1) x_{n+2} を a, x_n, x_{n+1} で表せ。
- (2) $x_1 = 0, x_2 = 1$ のとき、数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $y_1 = \frac{a}{(1-a)^2}, y_2 - y_1 = 1$ のとき、数列 $\{y_n\}$ の一般項を求めよ。

- 3 以下の問いに答えよ。

- (1) 連立不等式 $x \geq 2, 2^x \leq x^y \leq x^2$ の表す領域を xy 平面上に図示せよ。
ただし、自然対数の底 e が $2 < e < 3$ をみたすことを用いてよい。
- (2) $a > 0$ に対して、連立不等式 $2 \leq x \leq 6, (x^y - 2^x)(x^a - x^y) \geq 0$ の表す xy 平面上の領域の面積を $S(a)$ とする。 $S(a)$ を最小にする a の値を求めよ。

4 アルファベットの A と書かれた玉が 1 個, D と書かれた玉が 1 個,
H と書かれた玉が 1 個, I と書かれた玉が 1 個, K と書かれた玉が 2 個,
O と書かれた玉が 2 個ある。これら 8 個の玉を円形に並べる。

- (1) 時計回りに HOKKAIDO と並ぶ確率を求めよ。
- (2) 隣り合う子音が存在する確率を求めよ。ここで子音とは, D, H, K の
3 文字 (玉は 4 個) のことである。
- (3) 隣り合う子音が存在するとき, それが KK だけである条件つき確率を
求めよ。

5 複素数 z に関する次の 2 つの方程式を考える。ただし, \bar{z} を z と共役な
複素数とし, i を虚数単位とする。

$$z\bar{z} = 4 \quad \dots\dots ①$$

$$|z| = |z - \sqrt{3} + i| \quad \dots\dots ②$$

- (1) ①, ② それぞれの方程式について, その解 z 全体が表す図形を複素数
平面上に図示せよ。
- (2) ①, ② の共通解となる複素数をすべて求めよ。
- (3) (2) で求めたすべての複素数の積を w とおく。このとき, w^n が負の実数
となるための整数 n の必要十分条件を求めよ。