令 和 4 年 度(前期日程)
入学者選抜学力検査問題

数　　学 ③

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間　120分

医学部(医学科)

問　題	ページ
1 ～ 4	1 ～ 2

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. **各解答紙の2箇所に受験番号を必ず記入しなさい。**
   なお，解答紙には，必要事項以外は記入してはいけません。
3. **解答は，必ず指定された解答紙に記入しなさい。**また**裏面は採点の対象としません。**
4. 試験開始後，この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば，手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. この冊子の白紙と余白部分は，適宜下書きに使用してもかまいません。
6. 試験終了後，解答紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後，この冊子は持ち帰りなさい。

※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1 aを実数とし，座標空間の点$\mathrm{P}_1(a,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{P}_2(a+1,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{Q}(0,\ 1,\ 0)$，$\mathrm{R}(0,\ 0,\ 3)$を考える。$\mathrm{G}_1$，$\mathrm{G}_2$をそれぞれ$\triangle\mathrm{P}_1\mathrm{QR}$，$\triangle\mathrm{P}_2\mathrm{QR}$の重心とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) P_1，P_2を通る直線と，G_1，G_2を通る直線は平行であることを示せ。

(問 2) 四角形$\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2\mathrm{G}_2\mathrm{G}_1$の面積を求めよ。

(問 3) 四角形$\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2\mathrm{G}_2\mathrm{G}_1$を底面とする四角錐$\mathrm{Q}$-$\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2\mathrm{G}_2\mathrm{G}_1$の体積を求めよ。

2 関数$f(x)=\sqrt{1+\sin^2\dfrac{\pi x}{2}}$について，以下の問いに答えよ。

(問 1) $f(x)\ (0\leqq x\leqq 1)$の最大値を求めよ。

(問 2) $0\leqq x\leqq 1$において，$f(x)\geqq\sqrt{2}x$となることを示せ。

(問 3) 数列$\{a_n\}$を

$$a_n=\int_0^1\{f(x)\}^n dx \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で定める。$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$の値を求めよ。ただし，$\lim_{n\to\infty}\dfrac{\log(n+1)}{n}=0$を用いてよい。

3 pを正の実数とする。曲線$y=\sin x\ (x>0)$の接線で点$(-p,\ 0)$を通るものをすべて考え，それらの接点のx座標を小さい方から順に$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots\cdots,\ a_n,\ \cdots\cdots$とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(問 1) $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$に対して，$\tan a_n=a_n+p$が成り立つことを示せ。

(問 2) $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$に対して，$a_{n+1}-a_n>\pi$が成り立つことを示せ。

(問 3) $a_1=\dfrac{\pi}{3}$のとき，$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$に対して，$\tan a_{n+1}>n\pi+\sqrt{3}$が成り立つことを示せ。

4 以下の問いに答えよ。

(問 1) $m\leqq n$であって，$mn+2={}_{m+n}\mathrm{C}_m$を満たす正の整数の組$(m,\ n)$を1つ求めよ。

(問 2) $m\leqq n$であって，$mn+2={}_{m+n}\mathrm{C}_m$を満たす正の整数の組$(m,\ n)$は，(問 1)で求めた組に限ることを示せ。