

令和4年度個別学力試験問題

数 学

(医 学 科)

解答時間 80分

配 点 100点

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 受験番号及び氏名を解答冊子の所定の欄に記入しなさい。
3. 解答は解答冊子の指定された解答欄に記入しなさい。
解答冊子の裏面は使用してはいけません。
4. 解答冊子の4ページ目は使用してはいけません。
5. 解答冊子はどのページも切り離してはいけません。
6. 下書きは問題冊子の余白部分を使用しなさい。
7. 試験時間中に問題冊子及び解答冊子の印刷不鮮明、ページの落丁及び汚損等に気がついたら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 解答冊子は持ち帰ってはいけません。
9. 問題冊子は持ち帰ってください。

1 関数 $f(x) = \log \frac{e^x}{x}$ を用いて, $a_1 = 2$, $a_{n+1} = f(a_n)$ によって数列 $\{a_n\}$ が与えられている。

ただし, 対数は自然対数である。以下の問に答えなさい。

(1) $1 \leq x \leq 2$ のとき, $0 \leq f(x) - 1 \leq \frac{1}{2}(x-1)$ が成立することを示しなさい。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めなさい。

(3) $b_1 = a_1$, $b_{n+1} = a_{n+1} b_n$ によって与えられる数列 $\{b_n\}$ の極限を求めなさい。

2 $a > 0$, $b > 0$, $a \neq b$ とする。また, 2つの楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ の第1象

限における交点を通り, y 軸に平行な直線の方程式を $x = c$ とする。領域 $D_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$,

$0 \leq x \leq c$, $0 \leq y$ の面積を S_1 , 領域 $D_2: \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} \leq 1$, $0 \leq x \leq c$, $0 \leq y$ の面積を S_2 とす

る。以下の問に答えなさい。

(1) c を a , b を用いて表しなさい。

(2) $S_1 + S_2$ を a , b を用いて表しなさい。

3 正四面体 ABCD の頂点 A から出発して、辺を伝って歩き始める。最初の頂点 A では、その頂点につながる 3 本の辺のうち 1 本を確率 $\frac{1}{3}$ で選んで次の頂点に向かって歩く。また、どれかの頂点に達したときに、その頂点につながる 3 本の辺のうち 1 本を確率 $\frac{1}{3}$ で選んで次の頂点に向かって歩く。 n を自然数、 Q を頂点 A, B, C, D のどれかとするとき、 $P_n(Q)$ で、 n 本の辺を伝ったあと頂点 Q に達する確率を表す。以下の問に答えなさい。

- (1) $P_1(A)$, $P_1(B)$, $P_1(C)$, $P_1(D)$ を求めなさい。
- (2) $P_2(A)$, $P_2(B)$ を求めなさい。
- (3) 数列 $\{P_n(A)\}$ の一般項を求め、その極限を求めなさい。