

令和4年度入学試験問題（前期日程）

数学甲（数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B）

この冊子には、問題として **1**、**2**、**3**、**4** が出題されている。  
全問解答すること。

注意事項

1. 受験番号を所定の欄に記入すること。
2. 解答は、必ず解答欄に記入すること。
3. 解答時間は、120分である。

受験番号

最後のページの受験番号欄にも受験番号を記入すること。

1  $x > 0$  の範囲で、関数  $f(x)$  を

$$f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x}$$

と定め、 $y = f(x)$  で表される曲線を  $C$  とする。次の問いに答えよ。(50 点)

問1  $f(x)$  の極値を求めよ。

問2 曲線  $C$  の接線で、点  $(0, 1)$  を通り、傾きが負であるものを  $l$  とする。直線  $l$  の傾きを求めよ。

問3 曲線  $C$  と直線  $l$  で囲まれた部分の面積を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採 点 欄	
問1	
問2	
問3	
小計	

2  $d$  と  $n$  を正の整数とする。1 から  $n$  までの  $d$  乗の和を  $S_d(n) = 1^d + 2^d + \cdots + n^d$  とおく。次の問いに答えよ。(50 点)

問1 すべての正の整数  $n$  について、 $S_3(n) = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$  が成り立つことを、数学的帰納法を用いて証明せよ。

問2 恒等式  $k^3(k+1)^3 - (k-1)^3k^3 = 6k^5 + 2k^3$  を利用して、 $S_5(n)$  を求めよ。

問3 すべての正の整数  $n$  について、 $24S_7(n)$  は整数  $n^2(n+1)^2$  で割り切れることを示せ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問1	
問2	
問3	
小計	

3 一辺の長さが1の正四面体OABCにおいて、辺OAを2:1に内分する点をD、辺OBを1:2に内分する点をEとする。  
辺OC上に点Pをとり、線分OPの長さを $t$ とおく。次の問いに答えよ。(50点)

問1  $\cos \angle EDP$  を  $t$  を用いて表せ。

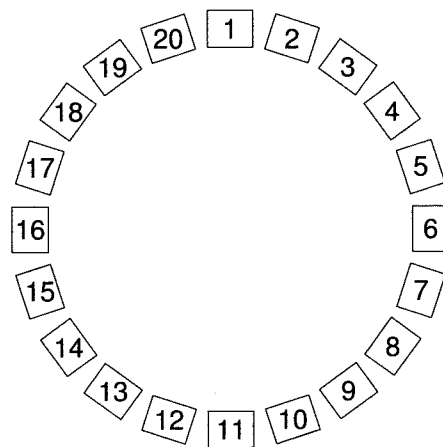
問2 点Pが辺OC上を動くとき、 $\cos \angle EDP$  の最大値と最小値を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問1	
問2	
小計	

4 次の問いに答えよ。(50点)

- 問1 1から9までの自然数の中から、 $1 \leq a_1 < a_2 < a_3 \leq 9$ を満たすように3つの数を選び、それを $(a_1, a_2, a_3)$ とする。  
 このような3つの数 $(a_1, a_2, a_3)$ の選び方のうち、 $a_2 - a_1 \geq 3$ かつ $a_3 - a_2 \geq 3$ を満たすものは全部で何通りあるか。
- 問2 1から50までの自然数の中から、 $1 \leq a_1 < a_2 < a_3 \leq 50$ を満たすように3つの数を選び、それを $(a_1, a_2, a_3)$ とする。  
 このような3つの数 $(a_1, a_2, a_3)$ の選び方のうち、 $a_2 - a_1 \geq 10$ かつ $a_3 - a_2 \geq 10$ を満たすものは全部で何通りあるか。
- 問3 1番から20番までの番号が書かれた座席が、図のように円形に並んでいる。この中から、2つ以上の間隔を空けて3つの座席を選ぶ(例えば、1番を選んだときは2番、3番、19番、20番は選べない)。このような3つの座席の選び方は全部で何通りあるか。



(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問1	
問2	
問3	
小計	