

数学問題

(医学部医学科)

注意事項

- 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
- この中には、2枚の計算用紙と、問題文を含む5枚の解答用紙があります。試験開始後、問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
- 氏名と受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
- 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の計算用紙は持ち帰ってください。
- 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

数 学

氏名	
----	--

受験番号	
------	--

1

次の間に答えよ。

(1) x, y が正の数で, $\log_x y = t$ とするとき, $\log_y \frac{x^3}{y^4}$ を t で表せ。

(2) 連立不等式

$$0 < x < 1, \quad 0 < y < 1, \quad (\log_x y)^2 + \log_y \frac{x^3}{y^4} \leq 0$$

の表す領域を, xy 平面上に図示せよ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

氏名		受験番号	
----	--	------	--

2

i を虚数単位とし, $f(z) = \frac{z-1}{z+1+i}$ とする。複素数 z_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) は

$$z_1 = i, \quad z_{n+1} = f(z_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たしているとする。このとき次の間に答えよ。

- (1) 虚部が正となる複素数 α で $f(\alpha) = \alpha$ となるものを求めよ。
- (2) n が奇数のとき, z_n は虚部が正である純虚数であることを示せ。
- (3) $|z_n|$ を z_n の絶対値とするとき, 数列 $\{|z_n|\}$ の極限を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

氏名	
受験番号	

3

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x = 0) \\ \frac{\sin x}{e^x - 1} & (x \neq 0) \end{cases}$$

で定義する。次の間に答えよ。

- (1) 正の実数 x に対して, x^2 , $(e^x - 1)^2$, $2(xe^x - e^x + 1)$ の間の大小関係を求めよ。
- (2) $f(x)$ が $x = 0$ で微分可能であることを示せ。
- (3) $x = 0$ における $f(x)$ の微分係数を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

氏名	
----	--

受験番号	
------	--

4

原点を中心とする半径 2 の円 C_1 と極方程式 $r^2 \cos 2\theta = 1$ $\left(-\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{4}\right)$ の表す曲線 C_2 について、次の間に答えよ。

- (1) C_2 を直交座標に関する方程式で表せ。
- (2) C_1 と C_2 で囲まれた原点を含まない図形を直線 $y = -x$ のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

氏名	
受験番号	

5

座標空間において原点 O, 点 A(1, -2, 2), 点 B(3, -4, 5) をとり, 3 点 O, A, B が定める平面を α とする。このとき次の問に答えよ。

- (1) 平面 α 上に点 F をとる。F の位置ベクトル \vec{f} は \overrightarrow{OA} と垂直な単位ベクトルであり, \vec{f} と \overrightarrow{OB} のなす角 θ は不等式 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たしている。このとき点 F の座標を求めよ。
- (2) 点 P(0, 0, 2) の位置ベクトルを \vec{p} とおく。ベクトル \overrightarrow{OA} と同じ向きの単位ベクトルを \vec{e} とし, s, t がそれぞれ実数全体を動くとき, $|\vec{p} - (s\vec{e} + t\vec{f})|$ の最小値を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--