

'19

前期日程

# 理 科

(医学部医学科)

## 注 意 事 項

問題(1)から(7)の全てに解答してください。

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は1冊(31頁)、解答用紙は7枚、下書用紙は3枚です。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合には申し出てください。
3. 氏名と受験番号は解答用紙の所定の欄に記入してください。
4. 解答は指定の解答用紙に記入してください。
5. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
6. 問題冊子と下書用紙は持ち帰って下さい。

**1** 図1のように、水平な床面上に、質量  $M$  の台が置かれ、さらにその上に、質量  $m$  の小球が置かれている。台は、厚さと材質が均一な底板と壁からできている。台の底板は水平であり、両端の壁は底板に対して垂直であり、左右の壁の間の距離は  $2l$  である。台と小球は、水平方向にのみ運動するとし、また、小球の大きさは無視できるとする。床上に右向きを正の向きとして  $x$  軸をとる。台の位置は、両端の壁から距離  $l$  の位置の  $x$  座標、すなわち、台の重心の  $x$  座標で表す。床、台、小球の間に摩擦はなく、空気抵抗は無視できるとする。以下の問(1)～(14)に答えよ。

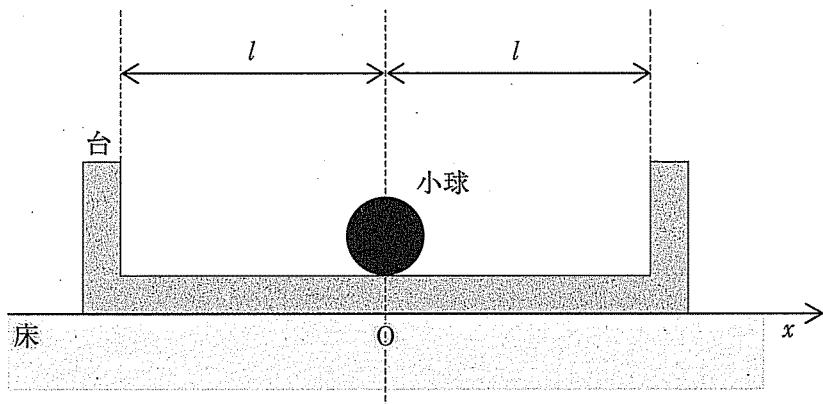


図1

【I】以下の問(1)～(8)では、台は床に固定されていないものとする。

最初、台と小球の位置はどちらも  $x = 0$  とし、小球のみを  $x$  軸の正の向きに初速度の大きさ  $v$  ( $v > 0$ ) で打ち出した。小球を打ち出した直後、台は静止したままであった。台の壁と小球の間の反発係数を  $e$  ( $0 < e < 1$ ) とする。以下の問(1)～(8)について、 $M$ 、 $m$ 、 $e$ 、 $v$ 、 $l$  のうち必要なものを用いて答えよ。

小球は運動を開始した後、右側の壁に衝突した(1回目の衝突)。以下の問(1)～(4)に答えよ。

- (1) 1回目の衝突直後の床に対する小球の速度を求めよ。
- (2) 1回目の衝突直後の床に対する台の速度を求めよ。
- (3) 1回目の衝突直後の小球が、床に対して、 $x$ 軸の負の向きに進むためには、小球の質量  $m$  が

$$m < \boxed{\quad}$$

を満たさなければならない。空欄  に入る適切な式を答えよ。

- (4) 1回目の衝突直後における小球と台の力学的エネルギーの和は、衝突の直前と比べて減少する。その減少の大きさを求めよ。

1回目の衝突の後、小球は台の左側の壁に衝突した(2回目の衝突)。以下の問(5)～(7)に答えよ。

- (5) 1回目の衝突直後から2回目の衝突直前の間に、台が床面上を移動した距離を求めよ。
- (6) 2回目の衝突直後の床に対する小球の速度を求めよ。
- (7) 2回目の衝突直後の床に対する台の速度を求めよ。

さらに、小球が台の左右の壁と衝突を繰り返した。以下の問(8)に答えよ。

- (8) 衝突を繰り返すと、小球と台の床に対する速度は同じ値に近づいていく。その値を求めよ。

【II】 図2に示すように、小球と両端の壁の間を、質量の無視できるばね2本でつないだ。ばねは両方とも、ばね定数は  $k$ 、自然長は  $l$  とする。ここで、台と小球の位置がどちらも  $x = 0$  のとき、ばねは、どちらも自然長の状態となる。また、小球の変位は、ばねの自然長に比べて十分小さく、小球が両端の壁に衝突することはないとする。

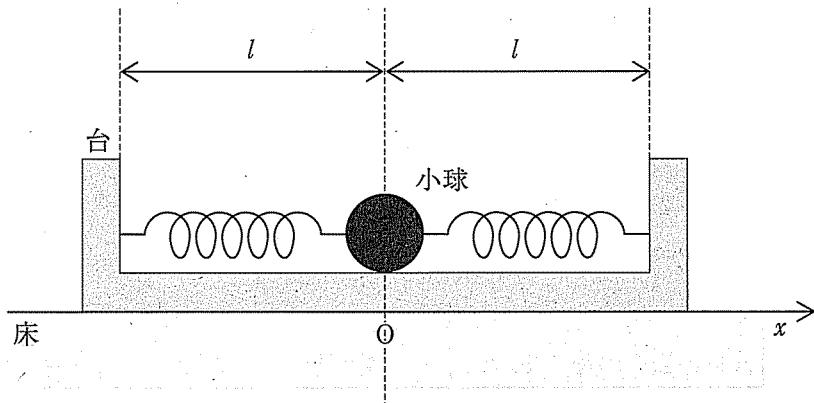


図2

以下の問(9)～(11)では、台を  $x = 0$  の位置に固定している。

小球を  $x = d$  ( $d > 0$ ) の位置から、初速度の大きさ 0 で運動を開始させたところ、小球は水平方向に振動した。以下の問(9)～(11)について、 $m$ ,  $k$ ,  $d$  のうち必要なものを用いて答えよ。

- (9) 小球の位置が  $x = d$  のとき、左右のばねが小球に及ぼす力の合力の大きさと向きを求めよ。向きは、「 $x$  軸正の向き」、「 $x$  軸負の向き」のいずれか適切なものを選んで答えよ。
- (10) 小球が  $x = 0$  を通過するときの、床に対する小球の速さを求めよ。
- (11) 小球の振動の周期を求めよ。

次に、台の固定を外し、台が床面上を運動できるようにする。

小球を  $x = d$  の位置から、台を  $x = 0$  の位置から、ともに初速度の大きさ 0 で、同時に運動を開始させた。以下の問(12)～(14)に答えよ。

- (12) 小球と台の位置が一致したときの、床に対する小球と台の速さを、それぞれ、 $M$ ,  $m$ ,  $d$ ,  $k$  を用いて表せ。
- (13) 小球の位置が  $x = X$  のときの、台の位置を、 $M$ ,  $m$ ,  $d$ ,  $X$  を用いて表せ。
- (14) 小球の位置が  $x = X$  のときの、床に対する小球の加速度を、 $M$ ,  $m$ ,  $d$ ,  $k$ ,  $X$  を用いて表せ。

- 2** 以下の【I】、【II】について設問に答えよ。ただし、座標の単位はメートル(m)とする。

【I】 真空中に図1のように位置( $r, 0, 0$ )に電気量が  $Q$  [C] の荷電粒子 A、位置( $a^2r, 0, 0$ )に電気量が  $-aQ$  [C] の荷電粒子 B が置かれている。ただし  $r > 0$ ,  $Q > 0$ ,  $a > 1$  である。また、位置( $ar, 0, 0$ )に点 S、位置( $0, ar, 0$ )に点 T をとる。クーロンの法則の比例定数を  $k$  [N·m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>] とし、地磁気および重力の影響は無視できるものとする。また、無限遠点を電位の基準点(電位 0)とする。以下の問い合わせに答えよ。

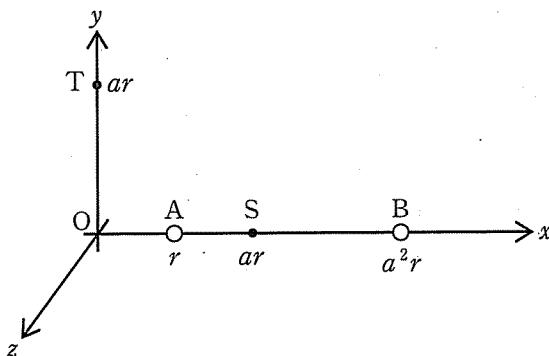


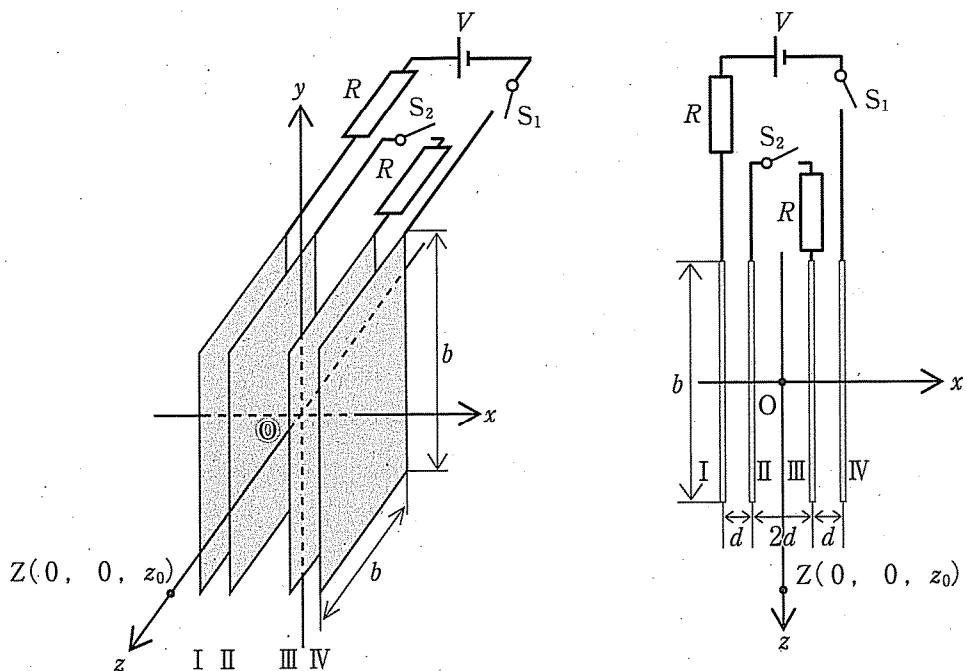
図 1

- (1) 点 S の電位を求めよ。
- (2) 点 S における電場の大きさと向きを求めよ。向きは「x 軸正の向き」、「x 軸負の向き」のいずれか適切なものを選んで答えよ。
- (3) 無限遠点以外で電位が 0 の等電位面は球面となる。その球面の半径と中心の座標を求めよ。

さらに、点 T に電気量  $q$  [C] の荷電粒子 P を置く。ただし  $q > 0$  である。

- (4) 点 T にある荷電粒子 P が、荷電粒子 A, B から受けるクーロン力の合力の  $x$  成分、 $y$  成分、 $z$  成分を求めよ。
- (5) 次に、荷電粒子 P を点 T から原点 O まで移動させた。この間に荷電粒子 A, B からのクーロン力の合力が荷電粒子 P にした仕事を求めよ。

【II】 真空中に図2および図3に示すように、一辺の長さが $b$ [m]の正方形の薄い平板状の4枚の極板、I, II, III, IVが $yz$ 平面に平行に、極板の中心が $x$ 軸上にあるように置かれている。各極板間の間隔は、IとIIの間、および、IIIとIVの間が $d$ [m], IIとIIIの間が $2d$ [m]となっており、座標軸の原点Oは極板IIと極板IIIから等距離の位置にある。極板IとIVはスイッチ $S_1$ と抵抗 $R[\Omega]$ を含む回路で電圧 $V[V]$ の直流電源につながれている。また極板IIと極板IIIはスイッチ $S_2$ と抵抗 $R[\Omega]$ を含む回路でつながれている。各平板電極が作る電場は、各電極にはさまれた領域以外にはもれ出ておらず、領域の端の近くでも極板に垂直であり、極板間に誘電体を挿入したとしても同様であるとする。また、真空の誘電率は $\epsilon_0[C^2/(N \cdot m^2)]$ であり、地磁気および重力の影響は無視できるものとする。



見取り図

図2

$y$ 軸方向から見た図

図3

最初、スイッチ  $S_1$ ,  $S_2$  はともに開いており、また各極板は帶電していなかった。スイッチ  $S_1$  のみを閉じ、電荷が蓄えられるのに十分な時間が経過した後、スイッチ  $S_1$  を開いた。以下の問(6), (7)に答えよ。

- (6) 極板 I と極板 II の間の電位差を求めよ。  
(7) 極板 III と極板 IV の間の電場の大きさを求めよ。

$z$  軸上  $(0, 0, z_0)$  の位置に点 Z をとる。ただし  $z_0 > \frac{b}{2}$  である。質量  $m$  [kg], 電気量  $q$  [C] ( $q > 0$ ) で、大きさを無視できる荷電粒子を、点 Z から  $z$  軸負の向きに初速度の大きさ  $v_0$  [m/s] で射出したところ、荷電粒子は極板に衝突することなく、極板 II と極板 III の間の領域を通り抜けた。射出した荷電粒子による極板が作る電場への影響はないとして、荷電粒子が極板間の領域を通り抜けた直後、すなわち荷電粒子の  $z$  座標が  $z = -\frac{b}{2}$  となったときについて、以下の問(8), (9)に答えよ。

- (8) このときの荷電粒子の  $x$  座標を、 $b$ ,  $d$ ,  $m$ ,  $q$ ,  $v_0$ ,  $V$  を用いて表せ。  
(9) このときの荷電粒子の速度の大きさを、 $b$ ,  $d$ ,  $m$ ,  $q$ ,  $v_0$ ,  $V$  を用いて表せ。

次に、スイッチ  $S_1$  を開いたままの状態で、極板 I と極板 II の間、および極板 III と極板 IV の間の領域を満たすように、底面が極板と同じ一辺  $b$  の正方形で厚さ  $d$  の板状の誘電体を 1 枚ずつ挿入した。ただし、誘電体の比誘電率は  $\epsilon_r$  である。以下の問(10), (11)に答えよ。

- (10) 極板 I と極板 II の間の電位差を求めよ。

- (11) 質量  $m$ , 電気量  $q$  で, 大きさを無視できる荷電粒子を, 点Zから  $z$  軸負の向きに, 初速度の大きさ  $v_1$  [m/s] で射出する。荷電粒子が極板に衝突することなく, 極板IIと極板IIIの間の領域を通り抜けるためには,

$$v_1 > \boxed{\text{(ア)}}$$

である必要がある。  $\boxed{\text{(ア)}}$  に入る最も適切な式を  $b$ ,  $d$ ,  $m$ ,  $q$ ,  $V$  を用いて表せ。なお, 射出した荷電粒子による極板の作る電場への影響はないとする。

続いて, 極板Iと極板IIの間, および極板IIIと極板IVの間の誘電体は挿入したままで再びスイッチ  $S_1$  を閉じた。以下の問(12)に答えよ。

- (12) 十分時間が経過した後の極板Iと極板IIの間の電位差を求めよ。

さらに, スイッチ  $S_1$  を閉じた状態のままスイッチ  $S_2$  も閉じた。以下の問(13)~(16)に答えよ。

- (13) スイッチ  $S_2$  を閉じた直後, 極板IIと極板IIIをつなぐ回路に電流が流れた。この電流はどちら向きに流れたか。以下の(a), (b)より適切なものを選び, 記号で答えよ。

- (a) 極板IIから極板IIIの向きに流れた。  
(b) 極板IIIから極板IIの向きに流れた。

- (14) スイッチ  $S_2$  を閉じて十分時間が経過した後の極板Iと極板IIの間の電位差を求めよ。

- (15) スイッチ  $S_2$  を閉じて十分時間が経過した後の極板Iと極板IIで構成されるコンデンサーに蓄えられている静電エネルギーを,  $\epsilon_0$ ,  $\epsilon_r$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $V$  を用いて表せ。

(16) スイッチ  $S_2$  を閉じて十分時間が経過した後、質量  $m$ 、電気量  $q$  で、大きさを無視できる荷電粒子を、点  $Z$  から  $z$  軸負の向きに、問(11)で求めた  
[ア] に等しい大きさの初速度で射出する。射出した荷電粒子による極板の作る電場への影響はないとして、このときの荷電粒子の軌道についての説明として適切なものを、以下の(a)～(e)より 1つ選び、記号で答えよ。

- (a) 極板Ⅱに近づくように曲がり、極板Ⅱに衝突する。
- (b) 極板Ⅱに近づくように曲がるが、極板Ⅱに衝突することなく極板Ⅱと極板Ⅲの間の領域を通り抜ける。
- (c) 極板Ⅲに近づくように曲がり、極板Ⅲに衝突する。
- (d) 極板Ⅲに近づくように曲がるが、極板Ⅲに衝突することなく極板Ⅱと極板Ⅲの間の領域を通り抜ける。
- (e)  $z$  軸上を直進し、極板Ⅱと極板Ⅲの間の領域を通り抜ける。

**3** 図1のように、断熱材で作られた箱の中に密度  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>]の液体があり、そこに円筒形の容器が底面を上にして浮かんでいる。容器の底面は水平に、側面は鉛直に保たれている。容器の内側には単原子分子理想気体が  $n$  [mol] 入っていて、その重さは無視できる。容器の外側には十分希薄な気体があり、その圧力および熱容量は無視できる。箱の底にはヒーターがついていて、液体の温度と容器の内側の気体の温度を調整できる。

容器の質量は  $m$  [kg]、底面積は  $S$  [m<sup>2</sup>]で、容器の底面と側面の厚さは無視できる。図1のように、最初、容器外の液面から容器の底面までの高さは  $h$  [m] であった。

重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>]、気体定数を  $R$  [J/(mol·K)]とする。単原子分子理想気体の定積モル比熱は  $\frac{3}{2}R$  である。以下では、容器の内側の気体の、重力による位置エネルギーの変化は無視できる。液体は蒸発せず、液体の体積は一定である。

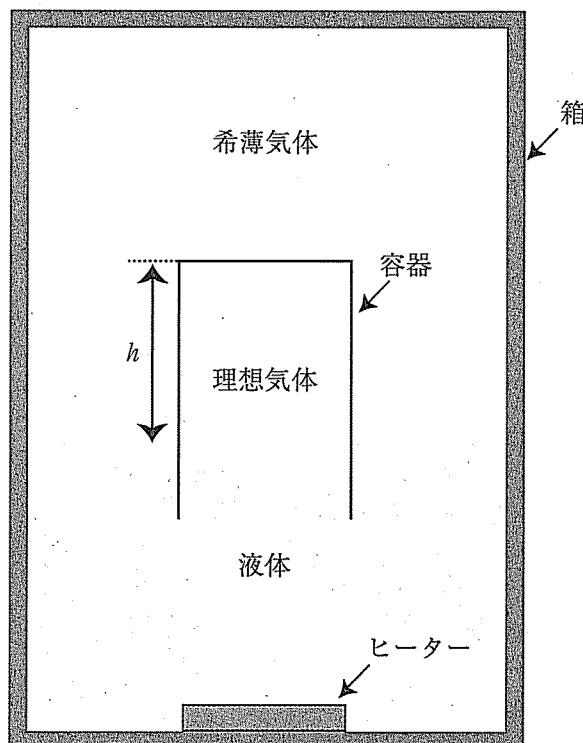


図1

- (1) 容器にはたらく力について、鉛直方向に関しては、容器の内側の気体が容器の底面を押す力と容器にはたらく重力が、つり合っている。容器の内側の気体の圧力を求めよ。
- (2) 容器の外と内の液面の高さの差の大きさを求めよ。
- (3) 容器の内側の気体の温度を求めよ。

次に、液体の温度と容器の内側の気体の温度を等しく保ちながら、両者の温度をある温度になるまでゆっくり上昇させた。すると、円筒形の容器が鉛直に上昇し、容器外の液面から容器の底面までの高さが  $h + \Delta h$  [m] の状態で静止して、図 2 の状態になった。その間、容器の内側の気体はすべて容器に閉じ込められたままであった。

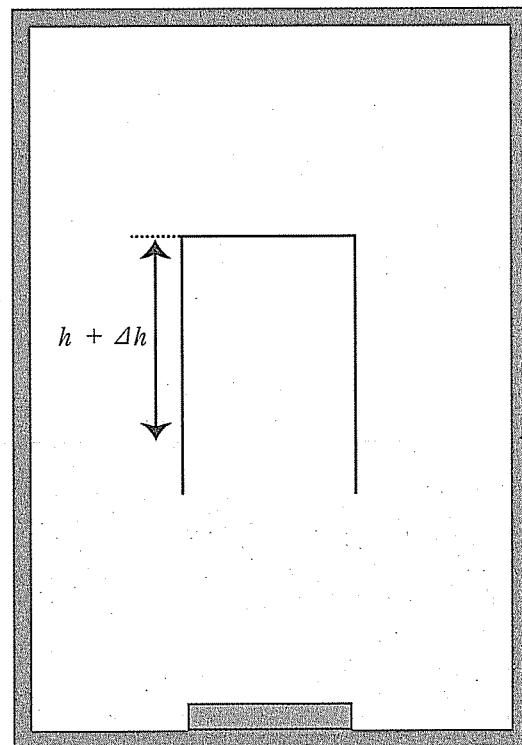


図 2

- (4) 容器外の液面から容器の底面までの高さが  $h + \Delta h$  の状態における、容器の外と内の液面の高さの差の大きさを求めよ。

以下の問(5)～(9)では、容器外の液面から容器の底面までの高さが  $h$  から  $h + \Delta h$  まで変わる状態変化について答えよ。

- (5) この状態変化における、容器のもつ重力による位置エネルギーの変化の大きさを求めよ。
- (6) この状態変化において、容器の内側の気体がした仕事の大きさを求めよ。
- (7) この状態変化における、容器の内側の気体の温度の変化の大きさを求めよ。
- (8) この状態変化における、容器の内側の気体の内部エネルギーの変化の大きさを求めよ。
- (9) この状態変化において、容器の内側の気体が受け取った熱量の大きさを求めよ。