

数 学

解答上の注意

1. 問題文中の各枠には、符号(−)または数字(0～9)が入る。

例えば、 と表示のある問題に対して、計算等から得られた値をマークする場合には、次の例に従う。

例： に −38 と答えたい場合には

解答番号	解 答 欄										
5	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio" value="0"/>	<input type="radio" value="1"/>	<input type="radio" value="2"/>	<input type="radio" value="3"/>	<input type="radio" value="4"/>	<input type="radio" value="5"/>	<input type="radio" value="6"/>	<input type="radio" value="7"/>	<input type="radio" value="8"/>	<input type="radio" value="9"/>
6	<input type="radio" value="−"/>	<input type="radio" value="0"/>	<input type="radio" value="1"/>	<input type="radio" value="2"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio" value="4"/>	<input type="radio" value="5"/>	<input type="radio" value="6"/>	<input type="radio" value="7"/>	<input type="radio" value="8"/>	<input type="radio" value="9"/>
7	<input type="radio" value="−"/>	<input type="radio" value="0"/>	<input type="radio" value="1"/>	<input type="radio" value="2"/>	<input type="radio" value="3"/>	<input type="radio" value="4"/>	<input type="radio" value="5"/>	<input type="radio" value="6"/>	<input type="radio" value="7"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio" value="9"/>

2. 該当する位がない場合には、0をマークすること。例えば、 に38と答えたい場合には、 に0、 に3、 に8をマークすること。また、同じ問題に−8と答えたい場合には、 に−、 に0、 に8をマークすること。

3. $y = \text{}x + \text{}$ と表示のある問題に対して、 $y = x + 2$ と答えたい場合には、 に1、 に2をマークすること。また、同じ問題に $y = 2$ と答えたい場合には、 に0、 に2をマークすること。

4. 分数形で解答する場合には、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えること。また、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。例えば、 $-\frac{4}{5}$ と答えたい場合には、 $\frac{-4}{5}$ として答えること。

5. 根号を含む形で解答する場合には、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。
 $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えないこと。

1 次の問い(問 1 ~ 3)の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ。

問 1 不等式

$$1 \leq \log_e n \leq 12$$

を満たす自然数 n の桁数 p は

$$\boxed{1} \leq p \leq \boxed{2}$$

である。ただし、 $0.4342 < \log_{10} e < 0.4343$ である。

問 2 三角形 ABC において、辺 BC を 5 : 4 に外分する点を D、辺 CA を 3 : 2 に内分する点を E、線分 BE の延長と線分 AD との交点を F とする。このとき、四角形 ABCF の面積は

三角形 ABC の面積の $\frac{\boxed{3}}{\boxed{5}} \frac{\boxed{4}}{\boxed{6}}$ 倍である。

問 3 関数

$$f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 1$$

の区間 $x \leq \frac{1 + 3\sqrt{3}}{3}$ における最大値は

$$\frac{\boxed{7} + \boxed{8} \boxed{9} \sqrt{\boxed{10}}}{\boxed{11} \boxed{12}}$$

である。

2

次の文章を読み、下の問い(問1～3)の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ。

$0 \leq \theta < 2\pi$ として、不等式

$$4 \sin^2 \theta + 2 \cos 2\theta \cos \theta + \cos \theta - 3 \geq 0 \quad (1)$$

を考える。

問1 $\cos \theta = x$ とおき、 $|x| \leq 1$ の範囲で式(1)の左辺を x の関数 $f(x)$ とおくと

$$f(x) = \boxed{13} x^3 - \boxed{14} x^2 - \boxed{15} x + \boxed{16}$$

であり、因数分解すると

$$f(x) = (x - \boxed{17}) (\boxed{18} x + \boxed{19}) (\boxed{20} x - \boxed{21})$$

である。

問 2 不等式(1)の解は

$$\frac{\boxed{22}}{\boxed{23}}\pi \leq \theta \leq \frac{\boxed{24}}{\boxed{25}}\pi, \quad \frac{\boxed{26}}{\boxed{27}}\pi \leq \theta \leq \frac{\boxed{28}}{\boxed{29}}\pi, \quad \theta = \boxed{30}$$

(ただし, $\boxed{22} < \boxed{26}$)である。

問 3 問 1 の $f(x)$ について, $y = f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた部分の面積 S は

$$S = \frac{\boxed{31} \quad \boxed{32}}{\boxed{33} \quad \boxed{34}}$$

である。

3

次の文章を読み、下の問い(問1～3)の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ。

z を 1 でない複素数, n を 2 以上の整数として,

$$S_n = 1 + z + z^2 + \cdots + z^{n-1} \quad (2)$$

とおく。以下では i を虚数単位とする。

問 1 $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ のとき

$$S_8 = \frac{\boxed{35}}{\boxed{36}} + \frac{\boxed{37} \sqrt{\boxed{38}}}{\boxed{39}} i$$

である。

問 2 $z = \cos \theta + i \sin \theta (0 < \theta < 2\pi)$ とおく。式(2)の両辺の虚部どうしが等しいことから

$$\sum_{k=0}^{n-1} \sin k\theta = \frac{-\sin n\theta + \boxed{40} \sin(n-1)\theta + \boxed{41} \sin \theta}{\boxed{42} - \boxed{43} \cos \theta}$$

となる。

問 3 問 2 の結果において $\theta = \frac{\pi}{n}$ とおくと

$$\sum_{k=0}^{n-1} \sin \frac{k\pi}{n} = \frac{\boxed{44} + \boxed{45} \cos \frac{\pi}{n}}{\sin \frac{\pi}{n}}$$

となる。これより

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \sin \frac{k\pi}{n} = \frac{\boxed{46}}{\pi}$$

である。

4 次の文章を読み、下の問い(問1～3)の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ。

5個の黒石と5個の白石がある。これを無作為に横一列に並べる。

問1 黒石が5個連続して並ぶ確率は $\frac{\boxed{47}}{\boxed{48} \boxed{49}}$ である。

問 2 黒石が 4 個連続して並ぶ確率は $\frac{\boxed{50}}{\boxed{51} \quad \boxed{52}}$ である。ただし、黒石が 5 個連続した並び方は含めない。

問 3 黒石と白石のいずれか一方または両方が 4 個連続して並ぶ確率は $\frac{\boxed{53}}{\boxed{54} \quad \boxed{55}}$ である。ただし、同じ色の石が 5 個連続した並び方は含めない。