

令和2年度入学者選抜学力検査問題

(前期日程)

数 学

理 工 学 域
数 物 科 学 類
物 質 化 学 類
地球社会基盤学類
生 命 理 工 学 類
理 工 3 学 類
医 薬 保 健 学 域
医 学 類
薬学類・創薬科学類
保 健 学 類

(注 意)

- 1 問題紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 問題紙は本文2ページであり、答案用紙は4枚である。
- 3 答えはすべて答案用紙の指定欄に記入し、網かけの部分や裏面には記入しないこと。
- 4 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1 1 個のサイコロを 3 回投げ、出た目を順に a, b, c とする。座標平面上に 3 点 $A(a, 1), B(-b, 0), C(c, 0)$ を定め、それらを頂点とする $\triangle ABC$ を考える。ただし、サイコロは 1 から 6 までの目が同じ確率で出るものとする。次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle ABC$ の面積の値が整数となる確率を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ が直角三角形となる確率を求めよ。
- (3) $\triangle ABC$ が二等辺三角形となる確率を求めよ。

2 実数 k と複素数 z (ただし $z \neq -1$) に対して、 $w = \frac{z+k}{z+1}$ とする。また、 i を虚数単位とする。次の問いに答えよ。

- (1) $k = 0$ とする。 $z = 0$ に対する w の値を α , $z = 1$ に対する w の値を β , $z = \sqrt{3}i$ に対する w の値を γ とする。複素数平面上の 3 点 $A(\alpha), B(\beta), C(\gamma)$ を頂点とする $\triangle ABC$ について、 $\angle BAC$ の大きさを求めよ。
- (2) $k = -1$ とする。点 z が複素数平面の原点 O を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円の周上を動くとき、点 w の描く図形を求めよ。
- (3) $k \neq 1$ とする。複素数平面において、点 z が虚軸上を動くとき、点 w の描く図形を F とする。 F が半径 $\frac{1}{2}$ の円の周に含まれるときの k の値をすべて求めよ。

3 平面上に 2 つの定点 O と U があり, $OU = 3$ を満たしている。点 O を中心とする半径 1 の円 C と 1 辺の長さが $\sqrt{3}$ の正三角形 $\triangle STU$ があり, 辺 ST の中点が線分 OU 上にあるものとする。

$\triangle STU$ の内部または周上の点 P から円 C へ異なる 2 本の接線を引き, それらの接点をそれぞれ A, B とする。 $\triangle OAB$ を直線 OP のまわりに 1 回転してできる円すいの体積を V とする。点 P が $\triangle STU$ の内部および周上を動くとき, V の最大値と最小値を求めよ。また, V の最大値, 最小値をとるような点 P の存在範囲をそれぞれ $\triangle STU$ の内部および周上に図示せよ。

4 $-2\pi \leq x \leq \pi$ のとき, 関数

$$f(x) = \frac{2\sqrt{2}\pi}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{x}{3} + \frac{1}{2} \cos \frac{x}{3} \right) + \frac{(3 - 2\sqrt{2})\pi}{3}$$

を考える。次の問いに答えよ。必要であれば, $\pi^2 < 10$ を用いてよい。

- (1) $f(x)$ は閉区間 $[-2\pi, \pi]$ で増加することを示せ。
- (2) 开区間 $(-2\pi, \pi)$ で, つねに $f(x) > x$ が成り立つことを示せ。
- (3) $f(x)$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ について, 定積分 $\int_{f(0)}^{f(\pi)} f^{-1}(x) dx$ の値を求めよ。
- (4) $f(x)$ とその逆関数 $f^{-1}(x)$ について, 2 つの曲線

$$C_1: y = f(x) \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

$$C_2: y = f^{-1}(x) \quad (f(0) \leq x \leq f(\pi))$$

を考える。 C_1, C_2 および直線 $x + y = f(0)$ で囲まれた図形の面積を求めよ。