前期日程

令和３年度入学試験問題

数　学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので，解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また，解答用紙は問題ごとに別になっているので，注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって，志望学部学科の問題を解答すること。

学部	学科	解答する問題
経法学部	全学科	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の４問
理学部	数学科	$\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ の６問
医学部	医学科	$\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ の５問
	保健学科	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の４問
工学部	全学科	$\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$ の４問

$\boxed{1}$ 以下の問いに答えよ。

(1) 2 つの変量 x, y のデータが，5 個の x, y の値の組として次のように与えられているとする。

x	12	14	11	8	10
y	11	12	14	10	8

x と y の相関係数を求めよ。

(2) 20 個の値からなるデータがある。そのうちの 15 個の値の平均値は 10 で分散は 5 であり，残りの 5 個の値の平均値は 14 で分散は 13 である。このデータの平均値と分散を求めよ。

$\boxed{2}$ 座標平面において，円 C は $x>0$ の範囲で x 軸と接しているとする。円 C の中心を P，円 C と x 軸との接点を Q とする。また，円 C は，放物線 $y=x^2$ 上の点 $\mathrm{R}(\sqrt{2},\ 2)$ を通り，点 R において放物線 $y=x^2$ と共通の接線をもつとする。このとき，$\triangle\mathrm{PQR}$ の面積を求めよ。

$\boxed{3}$ 箱の中に，2 と書かれた札 1 枚と，3 と書かれた札 2 枚が入っている。この箱から札を 1 枚引き，書かれている数字を見てからもとにもどす。この試行を n 回繰り返す。

このとき，j 回目の試行で引いた札に書かれている数字を a_j とし，a_1，a_2，$\cdots\cdots$，a_n の積を A_n とおく。さらに，A_n を 12 で割った余りを r_n とする。

$n \geqq 3$ のとき，以下の問いに答えよ。

(1) 2 と書かれた札が出る回数を p とする。このとき，$r_n = 6$ となるための p がみたす必要十分条件を求めよ。

(2) $r_n = 6$ となる確率を n を用いて表せ。

(3) $r_n = 0$ となる確率を n を用いて表せ。

4 四面体 OABC に対し，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とおく。

辺 OA，OB，OC を 1 : 2 に内分する点を，それぞれ P，Q，R とし，辺 BC，AC，AB を 2 : 1 に内分する点を，それぞれ D，E，F とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 4 点 P，Q，D，E が同一平面上にあることを示せ。

(2) 4 点 P，Q，D，E の定める平面と直線 FR の交点を S とするとき，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OS}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

$\boxed{5}$ 以下の問いに答えよ。

(1) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 x^4(1-x)^4\,dx$ を求めよ。

(2) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^4(1-x)^4}{1+x^2}\,dx$ を求めよ。

(3) 不等式 $\dfrac{1}{1260} < \dfrac{22}{7} - \pi < \dfrac{1}{630}$ を示せ。

$\boxed{6}$ a, b, c を定数とする。関数 $f(x) = a\sin x + b\cos x + c\sin 2x$ は，$x = \dfrac{\pi}{4}$ で極大値 $6\sqrt{2} + \sqrt{3}$ をとるとする。また，$\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx = 12$ であるとする。このとき，a, b, c の値を求めよ。また，区間 $-\pi \leqq x \leqq \pi$ における $f(x)$ の最小値を求めよ。

$\boxed{7}$ 実数全体を定義域とする関数 $f(x)$ は，すべての実数 a，b に対し，

$$f(a+b) = f(a) + f(b) + 4ab$$

をみたすとする。さらに，関数 $f(x)$ は $x=0$ で微分可能で，$f'(0)=2$ であるとする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) $f(0)$ の値を求めよ。

(2) 関数 $f(x)$ は区間 $(-\infty, \infty)$ で微分可能であることを示せ。また，関数 $f(x)$ を求めよ。

(3) 関数 $g(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{1}{f(t)}\,dt \quad (x>1)$ の極限 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} g(x)$ を求めよ。