令和4年度個別学力検査問題
(国際資源学部，教育文化学部，医学部，理工学部)

数　　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2　この問題冊子は，8ページあり，問題は(1)から(8)まで8題あります。解答用紙は4枚あります。計算用紙(白紙)は2枚あります。
　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
3　受験する学部等により，それぞれ以下の4題が出題されます。
　国際資源学部は(1)，(3)，(4)，(5)
　教育文化学部(理数教育コースを除く)は(1)，(2)，(3)，(4)
　教育文化学部(理数教育コース)は(1)，(3)，(4)，(5)
　医学部は(5)，(6)，(7)，(8)
　理工学部は(1)，(3)，(4)，(5)
をそれぞれ解答しなさい。
4　監督者の指示に従って，解答用紙に受験番号と氏名を記入しなさい。
5　1枚の解答用紙に1つの問題を解答しなさい。また，解答用紙の指定された(　)内に解答する問題の番号を記入しなさい。
6　解答用紙の表(おもて)に記入しきれない場合は，その裏に記入してもよい。その場合，解答用紙の表の右下に「裏に記入」と明記しなさい。ただし，解答用紙の裏の上部(破線の上の部分)には解答を記入してはいけません。
7　配付された解答用紙は，持ち帰ってはいけません。
8　試験終了後，問題冊子および計算用紙は持ち帰りなさい。

（1） 次の問いに答えなさい。

(i) $x \leqq 2$ において関数 $y = 2^{2x+2} - 2^{x+2}$ の最大値と最小値を求めなさい。

(ii) 5個の数字 1， 2， 3， 4， 5 のうち異なる 3 個の数字を並べて 3 桁の整数を作るとき， 6 の倍数は何通りあるか求めなさい。

(iii) 次のデータは都市 A の 5 年間の猛暑日の日数のデータである。

A： 4　12　3　5　6（単位は日）

同じ期間において都市 B の猛暑日の日数の標準偏差が 4 だった。A の猛暑日の日数の分散を求め，猛暑日の日数の散らばりの度合いが大きいと考えられるのは，A，B のどちらなのか答えなさい。

（2） 1辺の長さが1の正三角形$A_1B_1C_1$がある。正三角形$A_1B_1C_1$から始めて，順にn番目の正三角形$A_nB_nC_n$から$n+1$番目の正三角形$A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$を作ることを考える($n=1, 2, 3, \cdots\cdots$)。次の問いに答えなさい。

(i) 辺A_nB_n，B_nC_n，C_nA_nの中点をそれぞれA_{n+1}，B_{n+1}，C_{n+1}とする。$\triangle A_nB_nC_n$の面積S_nをnを用いて表しなさい。

(ii) rを$0<r<1$を満たす実数とする。辺A_nB_n，B_nC_n，C_nA_nを$r:1-r$に内分する点をそれぞれA_{n+1}，B_{n+1}，C_{n+1}とする。$\triangle A_nB_nC_n$の面積S_nをrとnを用いて表しなさい。

(iii) 辺A_nB_n，B_nC_n，C_nA_nを$1:2$に外分する点をそれぞれA_{n+1}，B_{n+1}，C_{n+1}とする。$\triangle A_nB_nC_n$の周の長さをT_nとするとき，$\sum_{k=1}^{n} T_k$を求めなさい。

(3) 次の問いに答えなさい。

(i) 円 $C_1 : x^2 - 4x + y^2 - 6y + 9 = 0$ がある。直線 $y = x$ に関して円 C_1 と対称な位置にある円 C_2 の方程式を求めなさい。

(ii) x, y が不等式 $x^2 - 4x + y^2 - 6y + 9 \leqq 0$ を満たすとき，$y - x$ の最大値と最小値を求めなさい。

(iii) a を実数とする。不等式 $x^2 - 4x + y^2 - 6y + 9 < 0$，$x^2 - 2ax + y^2 - 2ay + 2a^2 - 1 < 0$ が表す座標平面上の領域をそれぞれ D_1，D_2 とする。D_2 が D_1 に含まれるとき，a のとりうる値の範囲を求めなさい。

(4) 原点をOとする座標空間に4点A(0, 0, 5), B(4, 0, 0), C(0, 3, 0), D(5, 4, 0)をとる。△ABO, △ACO, △ACDの重心をそれぞれG, H, Iとする。次の問いに答えなさい。

(i) G, H, Iの座標をそれぞれ求めなさい。また, $\overrightarrow{\mathrm{GH}}$と$\overrightarrow{\mathrm{HI}}$の内積を求めなさい。

(ii) 線分BDを1 : 2に内分する点をEとする。直線AE上の点Pが3点G, H, Iと同一平面上にあるとき, $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$を成分で表しなさい。

(iii) 線分ADを3 : 2に内分する点をFとする。線分BF上に点Qがあり, △QAB, △QBD, △QDAの面積比が3 : 2 : 5であるとき, $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$を成分で表しなさい。

(5) 次の問いに答えなさい。ただし，log は自然対数を表し，e は自然対数の底とする。

(i) $1 < a < e$ を満たす実数 a に対して $\displaystyle\int_a^e \frac{dx}{x(\log x)^2} = 1$ が成り立つとき，a の値を求めなさい。

(ii) $x > 1$ における曲線 $y = (\log x)^3$ の接線 ℓ が原点 O を通るとき，ℓ の方程式を求めなさい。

(iii) t を $t > 1$ を満たす実数とする。曲線 $y = (\log x)^3$ 上の点 $\mathrm{P}(t,\ (\log t)^3)$ における接線と x 軸との交点の x 座標を $g(t)$ とする。実数 k に対して，$t > 1$ における方程式 $g(t) = k$ が異なる 2 つの実数解をもつとき，k のとりうる値の範囲を求めなさい。

(6) 2つの袋A，Bがある。袋Aには1から100までの番号が1つずつ書かれた100個のボールが，袋Bには1から10までの番号が1つずつ書かれた10個のボールがそれぞれ入っている。奇数の番号が書かれたボールは赤色，偶数の番号が書かれたボールは青色をしている。次の問いに答えなさい。

(i) 袋Aからボールを1個ずつ取り出していき，赤色のボールまたは50以下の番号が書かれたボールを取り出したとき終了とする。最大で何個のボールを取り出すことができるか答えなさい。ただし，取り出したボールは袋に戻さないものとする。

(ii) 袋Bから5個のボールを取り出して1列に並べるとき，ボールの色の並べ方は全部で何通りあるか求めなさい。

(iii) 袋Bから8個のボールを取り出して1列に並べるとき，ボールの色の並べ方は全部で何通りあるか求めなさい。

(iv) 袋Bから4個のボールを同時に取り出すとき，最も大きい番号が書かれているボールが青色で，他の3個のボールが赤色である確率を求めなさい。

(7) 複素数平面上において，複素数 $\alpha = \sqrt{3} + i$ が表す点を A，複素数 $\beta = 2\sqrt{3} + 2i$ が表す点を B とする。また，x，y を実数とし，複素数 $z = x + yi$ が表す点を Z とする。次の問いに答えなさい。ただし，i は虚数単位とする。

(i) Z が線分 AB の垂直二等分線上を動くとき，x，y が満たす 1 次方程式を求めなさい。

(ii) $\dfrac{z-\beta}{z-\alpha} = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ が成り立つとき，△ABZ の面積を求めなさい。

(iii) △ABZ が正三角形となる z の値をすべて求めなさい。

（8） aを正の実数とする。座標平面上に媒介変数θを用いて

$$x = e^{-a\theta}\cos\theta, \quad y = e^{-a\theta}\sin\theta$$

と表される曲線Cがある。次の問いに答えなさい。

(i) $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$における$C$の長さを$a$を用いて表しなさい。

(ii) $a = \sqrt{3}$とする。$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$のとき，$C$上の点の$y$座標の最大値を求めなさい。

(iii) $a = 1$とする。$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{4}$のとき，$C$の接線と$x$軸および$y$軸で囲まれた三角形の面積の最小値を求めなさい。