

令和 2 年度 個別学力試験問題

数 学 (120 分)

- 社会・国際学群 (社会学類, 国際総合学類)
 人間学群 (教育学類, 心理学類, 障害科学類)
 生命環境学群 (生物学類, 生物資源学類, 地球学類)
 理工学群 (数学類, 物理学類, 化学類, 応用理工学類, 工学システム学類, 社会工学類)
 情報学群 (情報科学類, 情報メディア創成学類, 知識情報・図書館学類)
 医学群 (医学類, 医療科学類)

注 意

1. 問題冊子は 1 ページから 6 ページまでである。
2. 受験者は、志望する学類の解答すべき問題を下表で確認のうえ、解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。
 ※ ○印のついた問題は必ず解答し、△印のついた問題については選択解答すること。
3. 問題番号に対応した解答用紙を使用すること。指定された解答用紙以外への解答は採点しない。
4. 国際総合学類および障害科学類においては、【選択 1】または【選択 2】のいずれかを選択解答すること。

学 類	解答すべき問題						備 考
	数学Ⅱ・数学B			数学Ⅲ			
	1	2	3	4	5	6	
社会学類	△	△	△				△印の中から 2 問を選択解答すること。
国際総合学類	【選択 1】 [数学Ⅱ・数学B] 選択者	△	△	△			△印の中から 2 問を選択解答すること。
	【選択 2】 [数学Ⅲ] 選択者				△	△	△印の中から 2 問を選択解答すること。
教育学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から 1 問を選択解答。計 4 問を解答すること。
心理学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から 1 問を選択解答。計 4 問を解答すること。
障害科学類	【選択 1】 [数学Ⅱ・数学B] 選択者	△	△	△			△印の中から 2 問を選択解答すること。
	【選択 2】 [数学Ⅲ] 選択者				△	△	△印の中から 2 問を選択解答すること。
生物学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
生物資源学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
地球学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
数学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
物理学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
化学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
応用理工学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
工学システム学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
社会工学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から 1 問を選択解答。計 4 問を解答すること。
情報科学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
情報メディア創成学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
知識情報・図書館学類	△	△	△	△	△	△	△印の中から 2 問を選択解答すること。
医学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。
医療科学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から 2 問を選択解答。計 5 問を解答すること。

[1] xy 平面上の 3 点 $A(0, 1)$, $B(-1, 0)$, $C(1, 0)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の内接円を T とする。点 $D(0, -1)$ を通り、傾きが正である直線を $l: y = ax - 1$ とする。

(1) 円 T の半径を r とする。 r を求めよ。

(2) 直線 l と円 $x^2 + y^2 = 1$ の交点のうち、 D と異なる点を E とする。点 E の座標を a を用いて表せ。

(3) 直線 l が円 T に接するとする。このとき、(2) で求めた点 E を通り、 x 軸と平行な直線が、円 T に接することを示せ。

[2] xy 平面において、円 $x^2 + y^2 = 1$ の $x \geq 0$ かつ $y \geq 0$ を満たす部分を C_1 とする。また、直線 $y = x$ の $x \leq 0$ を満たす部分を C_2 とする。 C_1 上の点 A 、 C_2 上の点 B および点 $P(-1, 0)$ について、 $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ であるとする。点 A の座標を $(\cos \theta, \sin \theta)$ とする。ただし $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。

(1) 点 B の x 座標を θ を用いて表せ。

(2) 線分 AB の中点の x 座標が 0 以上であるような θ の範囲を求めよ。

[3] 0 を原点とする xy 平面上に 2 直線

$$l: y = \sqrt{3}x, \quad m: y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$$

がある。正の整数 n に対して、 l 上に点 $P_n(n, \sqrt{3}n)$ をとり、 m 上に点 $Q_n(x_n, -\frac{1}{\sqrt{3}}x_n)$ をとる。ただし、 x_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) は次の条件 (I), (II) を満たすとする。

(I) $x_1 = 1$ である。

(II) $n \geq 2$ のとき、 x_n は、 Q_{n-1} を通り l と平行な直線と、 x 軸との交点の x 座標である。

また、正の整数 n に対して、 $\triangle OP_nQ_n$ の面積を a_n とする。

(1) x_n を n を用いて表せ。

(2) a_n を n を用いて表せ。

(3) 正の整数 n に対して、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ と定める。 S_n を n を用いて表せ。

[4] 関数 $f(\theta)$, $g(\theta)$ を

$$f(\theta) = \sin \theta - \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad g(\theta) = \sin 2\theta$$

と定める。 xy 平面上の曲線 C が, 媒介変数 θ を用いて

$$x = f(\theta), \quad y = g(\theta) \quad \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}\right)$$

で表されている。

(1) 次の定積分 I_1 , I_2 , I_3 の値を求めよ。

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2\theta \, d\theta, \quad I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin \theta \cos 2\theta \, d\theta, \quad I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 \theta \cos 2\theta \, d\theta$$

(2) $\frac{dy}{dx}$ を θ の関数として表し, 曲線 C の概形を xy 平面上に描け。

(3) 曲線 C , x 軸および y 軸で囲まれた図形を, y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

[5] 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = \frac{c}{1+c}, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2-a_n} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。ただし、 c は正の実数である。

(1) a_2, a_3 を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_{n+1}}{a_n} - 1 \right)$ を求めよ。

[6] i は虚数単位とする。複素数 z に対して、その共役複素数を \bar{z} で表す。複素数平面上で、次の等式を満たす点 z の全体が表す図形を C とする。

$$z\bar{z} + (1 + 3i)z + (1 - 3i)\bar{z} + 9 = 0$$

以下の問いに答えよ。

(1) 図形 C を複素数平面上に描け。

(2) 複素数 w に対して、 $\alpha = w + \bar{w} - 1$, $\beta = w + \bar{w} + 1$ とする。 w , α , β が表す複素数平面上の点をそれぞれ P , A , B とする。点 P は C 上を動くとする。 $\triangle PAB$ の面積が最大となる複素数 w , およびそのときの $\triangle PAB$ の外接円の中心と半径を求めよ。