令和４(2022)年度入学者選抜個別(第２次)学力検査問題

# 数　　学

## (医　学　科)

**注　意　事　項**

1. 監督者の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は，全部で７ページあります。
3. 解答用紙は，問題冊子と別に印刷されているので，誤らないように注意しなさい。
4. 解答用紙には，必ず解答の過程と結果を記入しなさい。
5. 解答は，必ず解答用紙の点線より左に記入しなさい。
6. 下書は，問題冊子の余白を使用しなさい。ただし，切り離してはいけません。
7. 各解答用紙には，受験番号欄が２か所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
8. 解答用紙は，記入の有無にかかわらず，机上に置き，持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰りなさい。
9. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出なさい。

**1** $n$を自然数とする。整数$i$, $j$に対し, $xy$平面上の点$\mathrm{P}_{i,j}$の座標を

$$\left(\cos\frac{2\pi}{n}i+\cos\frac{2\pi}{n}j,\quad \sin\frac{2\pi}{n}i+\sin\frac{2\pi}{n}j\right)$$

で与える。さらに, $i$, $j$を動かしたとき, $\mathrm{P}_{i,j}$の取り得る異なる座標の個数を$S_n$とする。このとき, 以下の各問いに答えよ。

(1) $n=3$のとき, $\triangle\mathrm{P}_{0,0}\mathrm{P}_{0,1}\mathrm{P}_{0,2}$および$\triangle\mathrm{P}_{1,0}\mathrm{P}_{1,1}\mathrm{P}_{1,2}$を同一座標平面上に図示せよ。

(2) $S_4$を求めよ。

(3) 平面上の異なる2点A, Bに対して, $\mathrm{AQ}=\mathrm{BQ}=1$であるような同一平面上の点Qはいくつあるか。$\mathrm{AB}=d$の値で場合分けして答えよ。

(4) $S_n$を$n$を用いて表せ。

**2** $xy$ 平面上の放物線 $P: y^2 = 4x$ 上に異なる 2 点 A，B をとり，A，B それぞれにおいて $P$ への接線と直交する直線を $n_A$，$n_B$ とする。$a$ を正の数として，点 A の座標を $(a, \sqrt{4a})$ とするとき，以下の各問いに答えよ。

(1) $n_A$ の方程式を $a$ を用いて表せ。

(2) 直線 AB と直線 $y = \sqrt{4a}$ とがなす角の 2 等分線のひとつが，$n_A$ に一致するとき，直線 AB の方程式を $a$ を用いて表せ。

(3) (2)のとき，点 B を通る直線 $r_B$ を考える。$r_B$ と直線 AB とがなす角の 2 等分線のひとつが，$n_B$ に一致するとき，$r_B$ の方程式を $a$ を用いて表せ。

(4) (3)のとき，直線 AB と放物線 $P$ で囲まれた図形の面積を $S_1$ とし，$P$ と直線 $y = \sqrt{4a}$，直線 $x = -1$ および(3)の $r_B$ で囲まれた図形の面積を $S_2$ とする。$a$ を変化させたとき，$\dfrac{S_1}{S_2}$ の最大値を求めよ。

**3** 曲線 $C: y=f(x)$ $(0 \leqq x < 1)$ が次の条件を満たすとする。

- $f(0)=0$
- $0 < x < 1$ のとき $f'(x) > 0$
- $0 < a < 1$ を満たすすべての実数 $a$ について，曲線 $C$ 上の点 $\mathrm{P}(a, f(a))$ における接線と直線 $x=1$ との交点を Q とするとき，$\mathrm{PQ}=1$

このとき以下の各問いに答えよ。

(1) $f'(x)$ を求めよ。

(2) $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} (1-x)f'(x)\,dx$ の値を求めよ。

(3) 曲線 $C$ と $x$ 軸，直線 $x=1$，直線 $y=f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ で囲まれた図形の面積を求めよ。